



TÜREV

Bu bölümde fonksiyonların türevlerinin nasıl alınacağını öğrenmeye başlıyoruz.

$y = f(x)$ fonksiyonunun türevi $f'(x)$, $\frac{d(f(x))}{dx}$ veya $\frac{dy}{dx}$ ile gösterilebilir.

Kurallar

1) $[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$ — ✱ Toplama ve çıkarma işlemlerinde ayrı ayrı türev alınabilir.

2) $c \in R,\ c' = 0$ — ✱ Reel sayıların türevleri sıfırdır.

3) $c \in R,\ [c \,.\, f(x)]' = c \,.\, f'(x)$ — ✱ Çarpma işleminde sabit sayılar türev işleminden etkilenmez.

4) $n \in R,\ (x^n)' = n \,.\, x^{n-1}$ — ✱ Kuvvet reel sayı ise sayıyı çarpım olarak öne alıp, kuvveti bir eksiltiriz.

Konu Kavrama Çalışması

f(x)	f'(x)
x^4	$4x^{4-1}=4x^3$
x^3	$3x^{3-1}=3x^2$
x^2	$2x^{2-1}=2x$
x	1
1	0

f(x)	f'(x)
$5x^4$	$5.4x^{4-1}=20x^3$
$5x^3$	$5.3x^{3-1}=15x^2$
$5x^2$	$5.2x^{2-1}=10x$
$5x$	$5.1=5$
-2	0

f(x)	f'(x)
$2x+3$	2
x^2+3	$2x$
x^2+x+3	$2x+1$
x^3-x^2+x+3	$3x^2-2x+1$

f(x)	f'(x)
$\frac{1}{3}x^3+5x^2+3$	x^2+10x
$-\frac{1}{4}x^4+2x^3-x$	$-x^3+6x^2-1$
$x^5-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+5$	$5x^4-x^2+x$
$3x^4-x^2+6x$	$12x^3-2x+6$

kavrama sorusu

$f(x)=x^6$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

$f(x)=x^n$ ise $f'(x)=n.x^{n-1}$ bağıntısından

$f(x)=x^6$ ise $f'(x)=6.x^{6-1}=6x^5$

Cevap: $6x^5$

kavrama sorusu

$f(x)=x^5+4x^3+x$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

$f(x)=x^5+4x^3+x^1$ ise $f'(x)=5.x^{5-1}+4.3.x^{3-1}+1.x^{1-1}$

$=5x^4+12x^2+1.x^0$

$=5x^4+12x^2+1$

Cevap: $5x^4+12x^2+1$



soru 1

Aşağıda verilenlerden hangisi yanlıştır?

A) $f(x)=3$ ise $f'(x)=0$ dır.
B) $f(x)=1$ ise $f'(x)=0$ dır.
C) $f(x)=-1$ ise $f'(x)=0$ dır.
D) $f(x)=\frac{1}{3}$ ise $f'(x)=0$ dır.
E) $f(x)=x$ ise $f'(x)=0$ dır.

soru 2

$f(x)=x^7$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^6 B) $7x^6$ C) $\frac{1}{7}x^6$ D) $7x$ E) $\frac{1}{7}x$

soru 3

$f(x)=x$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{x}$ B) $\frac{1}{x}$ C) 0 D) 1 E) x

soru 4

$f(x)=7x^3$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $21x^2$ B) $7x^2$ C) $21x^3$ D) $7x$ E) 7

soru 5

$f(x)=2x^3+x^2$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^2+2 B) x^2+x C) $6x^2+2x$ D) $6x+2$ E) x^3+2x

soru 6

$f(x)=2x^4+x-\frac{1}{5}$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x^3+1$ B) $8x^3+1$ C) $8x^3-\frac{1}{5}$ D) $4x^3+x-\frac{1}{5}$ E) $8x^4+1$

soru 7

$f(x)=\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{3}x^3+x^2+5$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^4-x^2+2x B) x^4-x^2+2x+1 C) $x^5-x^3+x^2$
D) $5x^4-3x^3+2x$ E) x^3-x+1

soru 8

$f(x)=x^4-3x^3+x+4$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^3-3x^2+1 B) x^4-x^3-x C) $4x^4-9x^2+x$
D) $4x^3-3x^2+1$ E) $4x^3-9x^2+1$

1 – E 2 – B 3 – D 4 – A 5 – C 6 – B 7 – A 8 – E



kavrama sorusu

$f(x)=x^{-5}$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

$f(x)=x^n$ ise $f'(x)=n.x^{n-1}$ bağıntısından

$f(x)=x^{-5}$ ise $f'(x)=-5.x^{-5-1}=-5x^{-6}$

***Cevap:** $-5x^{-6}$*

kavrama sorusu

$f(x)=x^{\frac{1}{3}}$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

$f(x)=x^n$ ise $f'(x)=n.x^{n-1}$ bağıntısından

$f(x)=x^{\frac{1}{3}}$ ise $f'(x)=\frac{1}{3}.x^{\frac{1}{3}-1}=\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$

***Cevap:** $\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$*

kavrama sorusu

$f(x)=x^{-\frac{1}{2}}$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

$f(x)=x^n$ ise $f'(x)=n.x^{n-1}$ bağıntısından

$f(x)=x^{-\frac{1}{2}}$ ise $f'(x)=-\frac{1}{2}.x^{-\frac{1}{2}-1}=-\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$

***Cevap:** $-\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$*

kavrama sorusu

$f(x)=\frac{1}{x^4}$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

$\frac{1}{x^n}=x^{-n}$ dir. Buna göre $f(x)=\frac{1}{x^4}=x^{-4}$

$f'(x)=-4.x^{-4-1}=-4x^{-5}$

***Cevap:** $-4x^{-5}$*



soru 1

$f(x)=x^{-3}$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{3}{x^4}$ B) $-\frac{3}{x^3}$ C) $-\frac{3}{x^2}$ D) $\frac{3}{x^3}$ E) $\frac{3}{x^4}$

soru 2

$f(x)=\frac{1}{5}x^{-5}+x^{-2}$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-x^{-4}-2x^{-1}$ B) $-x^{-6}-2x^{-3}$ C) $x^{-6}+2x^{-3}$

D) $-x^{-6}+2x^{-3}$ E) $x^{-4}+2x^{-1}$

soru 3

$f(x)=x^{\frac{1}{2}}$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$ B) $-\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}$ C) $-\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$ D) $\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}$ E) $\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

soru 4

$f(x)=x^{\frac{2}{3}}+3x^{\frac{1}{3}}$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}-x^{-\frac{2}{3}}$ B) $\frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}}$ C) $\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}+x^{-\frac{2}{3}}$

D) $\frac{3}{2}x^{-\frac{1}{3}}-3x^{-\frac{2}{3}}$ E) $\frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}$

soru 5

$f(x)=x^{-\frac{2}{3}}$

fonksiyonun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}$ B) $\frac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}}$ C) $\frac{2}{3}x^{\frac{5}{3}}$ D) $-\frac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}}$ E) $-\frac{2}{3}x^{\frac{5}{3}}$

soru 6

$f(x)=3x^{-\frac{1}{3}}-2x^{-\frac{1}{2}}$

fonksiyonun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-x^{-\frac{4}{3}}+x^{-\frac{3}{2}}$ B) $x^{-\frac{4}{3}}+x^{-\frac{3}{2}}$ C) $x^{-\frac{4}{3}}-x^{-\frac{3}{2}}$

D) $\frac{1}{3}x-x^{\frac{1}{2}}$ E) $-x^{-\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{2}}$

soru 7

$f(x)=\frac{1}{x}$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^2 B) $-x^2$ C) $-\frac{1}{x}$ D) $-x$ E) $-\frac{1}{x^2}$

soru 8

$f(x)=\frac{2}{x^2}-\frac{1}{3x^3}$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x^{-3}-x^{-4}$ B) $-4x^{-3}-x^{-4}$ C) $-4x^{-3}+x^{-4}$

D) $-x^{-3}+x^{-4}$ E) $x^{-3}-x^{-4}$

1 – A 2 – B 3 – E 4 – C 5 – D 6 – A 7 – E 8 – C





Uyarı

Köklü ifadelerin türevini alırken de $(x^n)' = nx^{n-1}$ bağıntısından faydalanırız. Bunun için $\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$ olduğunu hatırlayınız.

kavrama sorusu

$f(x) = \sqrt{x}$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ dir. Buna göre,

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}$$

Cevap: $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

kavrama sorusu

$f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

$f(x) = \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$ tür. Buna göre,

$$f'(x) = \frac{2}{3}.x^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

Cevap: $\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

kavrama sorusu

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$ dir. Buna göre,

$$f'(x) = -\frac{1}{2}.x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

Cevap: $-\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$

kavrama sorusu

$f(x) = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 5$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

$f(x) = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 5 = x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}} + 5$ dir. Buna göre,

$$f'(x) = \frac{1}{3}.x^{\frac{1}{3}-1} + \left(-\frac{1}{3}\right).x^{-\frac{1}{3}-1} + 0$$

$$= \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}$$

$$= \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}}$$

Cevap: $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}}$



soru 1

$$f(x)=\sqrt[5]{x}$$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{5\sqrt[4]{x^5}}$ B) $\frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$ C) $\frac{1}{5\sqrt{x}}$ D) $-\frac{1}{5\sqrt[4]{x^5}}$ E) $-\frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$

soru 2

$$f(x)=\sqrt[5]{x^4}+\sqrt[4]{x^5}$$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}+\frac{1}{\sqrt[4]{x^5}}$ B) $-\frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}-\frac{1}{\sqrt[4]{x^5}}$ C) $\frac{4}{5\sqrt[5]{x}}+\frac{5\sqrt[4]{x}}{4}$

D) $\frac{4\sqrt[5]{x}}{5}+\frac{5\sqrt[4]{x}}{4}$ E) $\frac{4}{5\sqrt[5]{x}}+\frac{1}{4\sqrt[4]{x}}$

soru 3

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{2}{3\sqrt[3]{x^5}}$ B) $-\frac{2}{3\sqrt[5]{x^3}}$ C) $\frac{2}{3\sqrt[3]{x^5}}$ D) $\frac{2}{3\sqrt[5]{x^3}}$ E) $\frac{3\sqrt[3]{x^5}}{2}$

soru 4

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{3\sqrt[4]{x^7}}+\frac{3}{4\sqrt[3]{x^7}}$ B) $\frac{1}{4\sqrt[4]{x^7}}+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^7}}$ C) $-\frac{4}{3\sqrt[4]{x^7}}-\frac{3}{4\sqrt[3]{x^7}}$

D) $-\frac{3}{4\sqrt[4]{x^7}}-\frac{4}{3\sqrt[3]{x^7}}$ E) $-\frac{1}{\sqrt[4]{x^7}}-\frac{1}{\sqrt[3]{x^7}}$

soru 5

$$f(x)=3\sqrt[3]{x}+2$$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}}$ B) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ C) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ D) $-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ E) $-\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

soru 6

$$f(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{x}+\frac{4}{\sqrt[3]{x}}+5$$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{4}{3\sqrt[3]{x}}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

D) $-\frac{1}{4\sqrt{x}}-\frac{4}{3\sqrt[3]{x^4}}$ E) $\frac{1}{4\sqrt{x}}+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}}$

soru 7

$$f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{3}$$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$ B) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{2\sqrt{x^3}}-1$ C) $\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{2\sqrt{x^3}}-1$

D) $-\frac{1}{x^2}-\frac{4}{2\sqrt[3]{x^2}}-1$ E) $-1+\frac{1}{2\sqrt{x}}$

soru 8

$$f(x)=\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{\sqrt[5]{x}}+2-\ln 5$$

fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^4-\frac{1}{\sqrt[6]{x^5}}$ B) $x^4-\frac{1}{\sqrt[5]{x^6}}$ C) $x^4+\frac{1}{5\sqrt[5]{x^6}}$

D) $x^5-\frac{1}{5\sqrt[5]{x^6}}$ E) $x^4-\frac{1}{5\sqrt[5]{x^6}}$

KARTEZYEN EĞİTİM YAYINLARI

1 – B 2 – C 3 – A 4 – D 5 – C 6 – D 7 – A 8 – C



$y=f(x)$ fonksiyonunun $x=a$ noktasındaki türevi $f'(a)$ veya $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=a}$ ifadeleri ile gösterilebilir.

kavrama sorusu

$f(x)=x^3+2x+5$ olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

çözüm

$f(x)=x^3+2x+5$ ise $f'(x)=3x^2+2$

$f'(1)=3.1^2+2=5$

Cevap: 5

kavrama sorusu

$f(x)=\sqrt{x}+4$ olduğuna göre, $f'(9)$ kaçtır?

çözüm

$f(x)=\sqrt{x}+4=x^{\frac{1}{2}}+4$

$f'(x)=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}+0=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(9)=\frac{1}{2\sqrt{9}}=\frac{1}{6}$

Cevap: $\frac{1}{6}$

$(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ eşitliği sıkça kullanılan bir türev işlemidir. Bilmenizde fayda var.

kavrama sorusu

$y=x^2+8\sqrt{x}$ olduğuna göre, $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=4}$ kaçtır?

çözüm

$\frac{dy}{dx}=2x+8\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=2x+\frac{4}{\sqrt{x}}$

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=4}=2.4+\frac{4}{\sqrt{4}}=8+2=10$

Cevap: 10

kavrama sorusu

$y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$ olduğuna göre, $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\frac{1}{2}}$ kaçtır?

çözüm

$y=x^{-1}+x^{-2}$

$\frac{dy}{dx}=-1.x^{-2}-2.x^{-3}=-\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}$

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\frac{1}{2}}=-\frac{1}{\frac{1}{4}}-\frac{2}{\frac{1}{8}}=-4-16=-20$

Cevap: –20



soru 1

$f(x)=x^2-3x+5$

olduğuna göre, $f'(4)$ kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

soru 2

$f(x)=-\frac{1}{3}x^3+2x-4$

olduğuna göre, $f'(-5)$ kaçtır?

A) 21 B) 9 C) −7 D) −15 E) −23

soru 3

$f(x)=x^{20}-x^{10}+1$

olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

A) −30 B) −20 C) −10 D) 10 E) 20

soru 4

$f(x)=ax^2-3x+1$

fonksiyonunun x=2 için türevi 5 olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 5

$y=x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}+\frac{4}{3}$

olduğuna göre, $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1}$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 6

$f(x)=x-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$

fonksiyonunun x=1 için türevi kaçtır?

A) −1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 7

$f(x)=\sqrt{x}$

olduğuna göre, $f'(4)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

soru 8

$f(x)=x^2-2\sqrt{x}$

olduğuna göre, $f(1)+f'(1)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

1 – A 2 – E 3 – C 4 – A 5 – A 6 – E 7 – D 8 – C



İki Fonksiyonun Çarpımının Türevi

f ve g türevlenebilen iki fonksiyon olsun, f(x).g(x) çarpımının türevi, $[f(x).g(x)]' = f'(x).g(x) + g'(x).f(x)$ dir.

kavrama sorusu

$f(x) = (x^2+1).(x^2-3)$

olduğuna göre, f'(x) i bulunuz.

çözüm

$[f(x).g(x)]' = f'(x).g(x) + g'(x).f(x)$ bağıntısından

$f'(x) = (x^2+1)'.(x^2-3) + (x^2-3)'.(x^2+1)$

$f'(x) = 2x.(x^2-3) + 2x.(x^2+1)$

Cevap: $2x.(x^2-3)+2x.(x^2+1)$

kavrama sorusu

$f(x) = (x^2+x).(x^2-2x)$

olduğuna göre, f'(x) i bulunuz.

çözüm

$[f(x).g(x)]' = f'(x).g(x) + g'(x).f(x)$ bağıntısından

$f'(x) = (x^2+x)'.(x^2-2x) + (x^2-2x)'.(x^2+x)$

$f'(x) = (2x+1).(x^2-2x) + (2x-2).(x^2+x)$

Cevap: $(2x+1).(x^2-2x)+(2x-2).(x^2+x)$

kavrama sorusu

$f(x) = (x^3+x).(x^2+x+1)$

olduğuna göre, f'(–1) i bulunuz.

çözüm

$[f(x).g(x)]' = f'(x).g(x) + g'(x).f(x)$ bağıntısından

$f'(x) = (x^3+x)'.(x^2+x+1) + (x^2+x+1)'.(x^3+x)$

$f'(x) = (3x^2+1).(x^2+x+1) + (2x+1).(x^3+x)$ dir.

x=1 fonksiyonunun türevinde yerine yazıldığında

$f'(-1) = (3.(-1)^2+1).((-1)^2+(-1)+1) + (2.(-1)+1)((-1)^3+(-1)) = 6$

Cevap: 6

kavrama sorusu

$f(x) = x^{\frac{2}{3}}.(2x+1)$

olduğuna göre, f'(1) i bulunuz.

çözüm

$[f(x).g(x)]' = f'(x).g(x) + g'(x).f(x)$ bağıntısından

$f'(x) = (x^{\frac{2}{3}})'.(2x+1) + (2x+1)'.x^{\frac{2}{3}}$

$f'(x) = \frac{2}{3}x^{\left(\frac{2}{3}-1\right)}.(2x+1) + 2.x^{\frac{2}{3}}$

$f'(x) = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}.(2x+1) + 2.x^{\frac{2}{3}}$

x=1 fonksiyonunun türevinde yerine yazıldığında

$f(1) = \frac{2}{3}(1)^{-\frac{1}{3}}.(2.1+1) + 2.(1)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{\cancel{3}}.\cancel{3} + 2 = 4$

Cevap: 4



soru 1

$f(x)=(2x^2-1).(x^2+5)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x(x^2+5)+(2x^2-1)$
B) $4x.(2x^2-1)+2x.(x^2+5)$
C) $4x.(x^2+5)+2x.(2x^2-1)$
D) $4x.2x+(x^2+5)$
E) $(2x^2-1)+2.(4x^2-1)$

soru 2

$f(x)=(x^2-x).(x^2-3x)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x^2-3x)+2x.(x^2-x)$
B) $(x^2-3x)+(x^2-x)$
C) $x^2(x^2-3x)+2x.(x^2-x)$
D) $2(x^2-x)+2.(x^2-3x)$
E) $(2x-1).(x^2-3x)+(2x-3).(x^2-x)$

soru 3

$f(x)=(x^2+1).(x^2-2x+1)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x.(x^2-2x+1)+(2x-2).(x^2+1)$
B) $(x^2-2x+1)+2x.(x^2+1)$
C) $2.(x^2-2x+1)+(x^2+1)$
D) $x^2.(x^2-2x+1)+(x^2+1)$
E) $(x^2+1)+(x^2-2x+1)$

soru 4

$f(x)=(x^3-x^2).(x^3+1)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(3x^2-2x).(x^3+1)+x^2.(x^3-x^2)$
B) $(3x^2-2x).(x^3+1)+3x^2.(x^3-x^2)$
C) $(3x^2-x).(x^3+1)+x^2.(x^3-x^2)$
D) $3x^2.(3x^2-2x)+3x^2.(x^3-x^2)$
E) $(3x^2-2x)+3x^2$

soru 5

$f(x)=(x^4+1).(x-1)$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

soru 6

$f(x)=(3x^2-1).(x^3+1)$

olduğuna göre, f'(−1) kaçtır?

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

soru 7

$f(x)=x^{\frac{1}{2}}.(6x+1)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^{-\frac{1}{2}}.(6x+1)+x^{\frac{1}{2}}$
B) $\frac{x^{-\frac{1}{2}}}{2}.(6x+1)+6.x^{\frac{1}{2}}$
C) $\frac{x^{-\frac{1}{2}}}{2}.(6x+1)+x^{\frac{1}{2}}$
D) $x^{-\frac{1}{2}}.(6x+1)+6.x^{\frac{1}{2}}$
E) $x.(6x+1)+6.x^{\frac{1}{2}}$

soru 8

$f(x)=(x^{\frac{1}{3}}-1).(x^{\frac{1}{2}}+1)$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$
B) $\frac{1}{3}$
C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{4}{3}$
E) $\frac{5}{3}$

1 – C 2 – E 3 – A 4 – B 5 – B 6 – E 7 – B 8 – C



İki Fonksiyonun Bölümünün Türevi

f ve g türevlenebilen iki fonksiyon olsun. $g(x) \neq 0$ olmak üzere $\frac{f(x)}{g(x)}$ bölümünün türevi, $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x).g(x) - g'(x).f(x)}{[g(x)]^2}$ dir.

kavrama sorusu

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$$

olduğuna göre, f'(x) i bulunuz.

çözüm

$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x).g(x) - g'(x).f(x)}{[g(x)]^2}$ bağıntısından

$$f'(x) = \frac{(2x+1)'.(x+1) - (x+1)'.(2x+1)}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2.(x+1) - 1.(2x+1)}{(x+1)^2} = \frac{\cancel{2x} + 2 - \cancel{2x} - 1}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

Cevap: $\boldsymbol{\frac{1}{(x+1)^2}}$

kavrama sorusu

$$f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$$

olduğuna göre, f'(x) i bulunuz.

çözüm

$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x).g(x) - g'(x).f(x)}{[g(x)]^2}$ bağıntısından

$$f'(x) = \frac{(3x+1)'.(x-2) - (x-2)'.(3x+1)}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{3.(x-2) - 1.(3x+1)}{(x-2)^2} = \frac{\cancel{3x} - 6 - \cancel{3x} - 1}{(x-2)^2} = -\frac{7}{(x-2)^2}$$

Cevap: $\boldsymbol{-\frac{7}{(x-2)^2}}$

kavrama sorusu

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$$

olduğuna göre, f'(x) i bulunuz.

çözüm

$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x).g(x) - g'(x).f(x)}{[g(x)]^2}$ bağıntısından

$$f'(x) = \frac{(x^2+1)'.(x^2-1) - (x^2-1)'.(x^2+1)}{(x^2-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x.(x^2-1) - 2x.(x^2+1)}{(x^2-1)^2} = \frac{-4x}{(x^2-1)^2}$$

Cevap: $\boldsymbol{-\frac{4x}{(x^2-1)^2}}$

kavrama sorusu

$$f(x) = \frac{x^3+x}{x^2+1}$$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

çözüm

f(x) fonksiyonunun türevini bölümün türevine göre alalım

$$f'(x) = \frac{(x^3+x)'.(x^2+1) - (x^2+1)'.(x^3+x)}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(3x^2+1).(x^2+1) - 2x.(x^3+x)}{(x^2+1)^2}$$

x=1 değeri f'(x) de yerine konulduğunda,

$$f'(x) = \frac{(3.1^2+1).(1^2+1) - 2.1(1^3+1)}{(1^2+1)^2} = \frac{4.2 - 2.2}{2^2} = \frac{4}{4} = 1$$

Cevap: 1



soru 1

$$f(x)=\frac{x-1}{x+2}$$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2x}{(x+2)^2}$ B) $\frac{x}{(x+2)^2}$ C) $\frac{1}{(x+2)^2}$ D) $\frac{3}{(x+2)^2}$ E) $\frac{4}{(x+2)^2}$

soru 2

$$f(x)=\frac{5x-3}{2x+1}$$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{18}{(2x+1)^2}$ B) $\frac{15}{(2x+1)^2}$ C) $\frac{11}{(2x+1)^2}$ D) $\frac{5}{(2x+1)^2}$ E) $\frac{3}{(2x+1)^2}$

soru 3

$$f(x)=\frac{x^2+3}{x+1}$$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$ B) $\frac{x^2-3}{(x+1)^2}$ C) $\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$ D) $\frac{x^2}{(x+1)^2}$ E) $\frac{3}{(x+1)^2}$

soru 4

$$f(x)=\frac{3x+1}{x^2+3}$$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2+2x}{(x^2+3)^2}$ B) $\frac{x^2+3x}{(x^2+3)^2}$ C) $\frac{-3x^2+3}{(x^2+3)^2}$ D) $\frac{-3x^2-2x+9}{(x^2+3)^2}$ E) $\frac{-x^2-2x-3}{(x^2+3)^2}$

soru 5

$$f(x)=\frac{2x+3}{x^2+5}$$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{(x^2+5)^2}$ B) $\frac{x^3}{(x^2+5)^2}$ C) $\frac{-2x^2-6x+10}{(x^2+5)^2}$ D) $\frac{2x^3}{(x^2+5)^2}$ E) $\frac{2x^2+24x}{(x^2+5)^2}$

soru 6

$$f(x)=\frac{x^3+2}{x^3-2}$$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^3}{(x^3-2)^2}$ B) $\frac{2x^3}{(x^3-2)^2}$ C) $\frac{(x^3+2)}{(x^3-2)^2}$ D) $-\frac{6x^2}{(x^3-2)^2}$ E) $-\frac{12x^2}{(x^3-2)^2}$

soru 7

$$f(x)=\frac{x^4+1}{x+1}$$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{6}$

soru 8

$$f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

A) 2 B) 0 C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) -1

1 – D 2 – C 3 – A 4 – D 5 – C 6 – E 7 – B 8 – B



Toplam ve Fark Fonksiyonlarının Türevi

f ve g uygun aralıkta türevlenebilen iki fonksiyon olsun. f ve g fonksiyonlarının toplamlarının türevi, türevleri toplamına; f ve g fonksiyonlarının farklarının türevi, türevlerinin farkına eşittir.

Toplam fonksiyonunun türevi : $(f+g)'(x)=f'(x)+g'(x)$

Fark fonksiyonunun türevi : $(f-g)'(x)=f'(x)-g'(x)$

kavrama sorusu

$f(x)=x^3+5$ ve $g(x)=2x-\frac{1}{3}$ olduğuna göre, $(f+g)'(x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$f(x)=x^3+5$ ise $f'(x)=3x^2$

$g(x)=2x-\frac{1}{3}$ ise $g'(x)=2$

$(f+g)'(x)=f'(x)+g'(x)=3x^2+2$

Cevap: $3x^2+2$

kavrama sorusu

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{3}$

$g(x)=\frac{1}{x^3}-\pi$

olduğuna göre, $(f-g)'(x)$ ifadesnin eşitini bulunuz.

çözüm

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{3}=x^{-\frac{1}{2}}+\frac{1}{3}$ ise $f'(x)=-\frac{1}{2}.x^{-\frac{1}{2}-1}+0=-\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$

$g(x)=\frac{1}{x^3}-\pi=x^{-3}-\pi$ ise $g'(x)=-3x^{-3-1}-0=-\frac{3}{x^4}$

$(f-g)'(x)=f'(x)-g'(x)=-\frac{1}{2\sqrt{x^3}}-\left(-\frac{3}{x^4}\right)$

Cevap: $-\frac{1}{2\sqrt{x^3}}+\frac{3}{x^4}$

kavrama sorusu

$f(x)=x^2-4$ ve $g(x)=\frac{1}{x^3}$ olduğuna göre, $(f+g)'(1)$ kaçtır?

çözüm

$f(x)=x^2-4$ ise $f'(x)=2x$ ve $f'(1)=2.1=2$

$g(x)=\frac{1}{x^3}$ ise $g'(x)=-3x^{-4}$ ve $g'(1)=-3.1^{-4}=-3$

$(f+g)'(1)=f'(1)+g'(1)=2+(-3)=-1$

Cevap: -1

kavrama sorusu

$f(x)=\sqrt{x}+4$ ve $g(x)=\frac{x^5}{5}$ olduğuna göre, $(f-g)'(1)$ kaçtır?

çözüm

$f(x)=\sqrt{x}+4$ ise $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ve $f'(1)=\frac{1}{2\sqrt{1}}=\frac{1}{2}$

$g(x)=\frac{x^5}{5}$ ise $g'(x)=\frac{5x^4}{5}=x^4$ ve $g'(1)=1^4=1$

$(f-g)'(1)=f'(1)-g'(1)=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$

Cevap: $-\frac{1}{2}$



soru 1

$f(x)=2x-1, \quad g(x)=3x-\frac{1}{2}$

olduğuna göre, $(f+g)'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 2

$f(x)=x^2+x, \quad g(x)=-x+3$

olduğuna göre, $(f+g)'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x B) 2x C) x − 1 D) x + 1 E) −x + 2

soru 3

$f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}, \quad g(x)=x+\frac{1}{x^2}+5$

olduğuna göre, $(f-g)'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x^2}+1$ B) $\frac{1}{x^2}-1$ C) $-\frac{1}{x^2}+1$ D) $-\frac{1}{x^2}-1$ E) $-\frac{1}{x}+1$

soru 4

$f(x)=\sqrt[3]{x}+x-1, \quad g(x)=\sqrt[3]{x^2}-x+3$

olduğuna göre, $(f+g)'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}+\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$ B) $\frac{1}{3\sqrt{x^3}}+\frac{2}{3\sqrt{x^2}}$ C) $-\frac{4}{3\sqrt[3]{x^2}}-\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

D) $\frac{1}{3\sqrt{x}}-\frac{2}{3\sqrt{x^2}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{x^3}}-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

soru 5

$f(x)=\frac{1}{x}-1, \quad g(x)=\frac{1}{x^2}$

olduğuna göre, $(f+g)'(1)$ kaçtır?

A) −5 B) −3 C) 1 D) 3 E) 5

soru 6

$f(x)=\sqrt{x}+x, \quad g(x)=x-\frac{1}{\sqrt{x}}$

olduğuna göre, $(f-g)'(4)$ kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{3}{16}$ D) $-\frac{3}{8}$ E) $-\frac{3}{16}$

soru 7

$f(x)=2x^5+4x \quad \text{ve} \quad (f-g)'(-1)=6$

olduğuna göre, $g'(-1)$ kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

soru 8

$f(x)=x^3-2x^2+1 \quad \text{ve} \quad g(x)=-2x^3+x^2-3$

olduğuna göre, $(f-g)'\left(\frac{2}{3}\right)$ kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

1 – E 2 – B 3 – D 4 – A 5 – B 6 – C 7 – D 8 – E



Şimdi türevin tanımını limit yardımıyla yapalım.

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a} \quad \text{ve} \quad f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

kavrama sorusu

$f(x)=\frac{1}{x^2}+4x$ olduğuna göre, $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

çözüm

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)$

$f(x)=\frac{1}{x^2}+4x=x^{-2}+4x$

$f'(x)=-2.x^{-2-1}+4.x^{1-1}=-2x^{-3}+4$ ve $f'(1)=-2+4=2$

Cevap: 2

kavrama sorusu

$f(x)=\sqrt{x}+3$ olduğuna göre, $\lim_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{x-4}$ ifadesinin değeri kaçtır?

çözüm

$\lim_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{x-4}=f'(4)$

$f'(x)=(\sqrt{x}+3)'=\left(x^{\frac{1}{2}}+3\right)'=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}+0=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(4)=\frac{1}{2\sqrt{4}}=\frac{1}{4}$

Cevap: $\frac{1}{4}$

kavrama sorusu

$f(x)=x^3+2x-1$ olduğuna göre, $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ ifadesinin eşiti nedir?

çözüm

$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=f'(x)$ olduğuna göre,

$f'(x)=3.x^{3-1}+2=3x^2+2$

Cevap: $3x^2+2$

kavrama sorusu

$f(x)=2x^2-4x+1$ olduğuna göre, $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ ifadesinin değerini bulunuz.

çözüm

$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=f'(1)$ olduğuna göre,

$f'(x)=2.2x^{2-1}-4=4x-4$

$f'(1)=4.1-4=0$

Cevap: 0



soru 1

$f(x)=2x^3-x$

olduğuna göre, $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

soru 2

$f(x)=x^7-1$

olduğuna göre, $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) a^7 B) $7a^6$ C) $6a^5$ D) $5a^4$ E) $4a^3$

soru 3

$f(x)=x^2-4x+3$

olduğuna göre, $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^2-4x+3 B) $2x-4$ C) $x-4$ D) $x-2$ E) $2x+6$

soru 4

$\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}=5$

olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 5

$f(x)=x^3+\frac{1}{2}x^2+5$

olduğuna göre, $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

soru 6

$f(x)=x^5-x^3+1$

olduğuna göre, $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{f(x)-f(-2)}{x+2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 44 B) 56 C) 68 D) 72 E) 80

soru 7

$f(x)=x-\sqrt{x}$

olduğuna göre, $\lim\limits_{y\to0}\dfrac{f(4+y)-f(4)}{y}$ limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 1 D) $-\frac{1}{4}$ E) –2

soru 8

$f(x)=x.(x-1).(x-2)$

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

1 – A 2 – B 3 – B 4 – E 5 – E 6 – C 7 – A 8 – D



Şimdi türevli olma kavramını inceleyelim. $y=f(x)$ fonksiyonunun $x=a$ noktasında türevli olabilmesi için

1) $x=a$ noktasında sürekli olması gerekir.

2) Sağdan ve soldan türevinin $f'(a^+)=f'(a^-)$ eşit olması gerekir. (Sağdan ve soldan türevi, sağdan ve soldan limit mantığı ile düşünün)

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} x^2-1, & x \geq 1 \\ 2x+4, & x < 1 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor. Buna göre,

a) $f'(2)$ kaçtır?

b) $f'(-2)$ kaçtır?

c) $f'(1)$ kaçtır?

çözüm

a) $2 \geq 1$ ise $f'(2)$ bulunurken uygun fonksiyon $f(x)=x^2-1$
$f'(x)=2x$ ve $f'(2)=2.2=4$

Cevap: 4

b) $-2 < 1$ ise $f'(-2)$ bulunurken uygun fonksiyon $f(x) = 2x+4$
$f'(x)=2$ ve $f'(-2)=2$

Cevap: 2

c) ($x=1$ değerini parçalı fonksiyonun kritik noktası olduğu için x^2-1 ve $2x+4$ fonksiyonlarında yerine yazarız.)
$1^2-1=0$ ve $2.1+4=6$
$0 \neq 6$ ise $x=1$ için $f(x)$ sürekli değildir, dolayısıyla $f'(1)$ yoktur.

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} x^2+x, & x \geq 2 \\ 2x+2, & x < 2 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor. **Buna göre, $f'(2)$ kaçtır?**



Uyarı

Bu tarz sorularda kritik noktaların türevinin olup olmadığını bulmak için

1.adım: Fonksiyonun kritik noktada sürekli olup olmadığına bakılır.

2.adım: Fonksiyonun kritik noktada sağdan ve soldan türevi olup olmadığına bakılır.

çözüm

1.adım

$x^2+x=2^2+2=6$ ve $2x+2=2.2+2=6$

$6=6$ ise $x=2$ için $f(x)$ süreklidir.

Fonksiyon sürekli olduğu için, sağdan ve soldan türevine de bakarız.

2.adım

$f'(2^+)$ bulunurken uygun fonksiyon $f(x)=x^2+x$ dolasıyla

$f'(x)=2x+1$ ve $f'(2^+) = 2.2+1=5$

$f'(2^-)$ bulunurken uygun fonksiyon $f(x)=2x+2$ dolasıyla

$f'(x)=2$ ve $f'(2^-)=2$

$f'(2^+) \neq f'(2^-)$ (sağdan ve soldan türev farklı) olduğuna göre, $f'(2)$ yoktur.

Dikkat Ederseniz!

Kritik noktada fonksiyonun türevinin olabilmesi için

1- Sürekli olması gerekir.

2- Sağdan ve soldan türevinin eşit olması gerekir.

kavrama sorusu

$$f(x) = \begin{cases} ax^2-bx, & x \geq 1 \\ bx+2a+3, & x < 1 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

f(x) tüm reel sayılar için türevli olduğuna göre, $3a+2b$ kaçtır?

çözüm

$x=1$ kritik nokta $x=1$ değerini ax^2-bx ve $bx+2a+3$ ifadelerinde ve türevlerinde yazdığımızda aynı değer çıkmalı.

$$\left.\begin{aligned} f(1^+)=f(1^-) &\Rightarrow a-b=b+2a+3 \\ f'(1^+)=f'(1^-) &\Rightarrow 2a-b=b \end{aligned}\right\} \text{ denklemleri çözülürse } a=-1 \text{ ve } b=-1$$

$3.(-1)+2.(-1)=-5$

Cevap: –5



soru 1

$$f(x) = \begin{cases} x^3+2x, & x \geq 2 \\ x^2-1, & x < 2 \end{cases}$$

olduğuna göre, $f'(2^+)-f'(2^-)$ farkı kaçtır?

A) –10 B) –6 C) 4 D) 6 E) 10

soru 2

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \geq 1 \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1 \\ x^3+\frac{5}{2}x^2+\frac{3}{2}, & x < -1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $f'(1)+f'(-1)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 3

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2+2, & x \geq 1 \\ x^2+4x, & x < 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) Yoktur

soru 4

$$f(x) = \begin{cases} 1-2x^2, & x \leq 1 \\ x-\frac{5x^2}{2}+\frac{1}{2}, & x > 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $f'(-1)+f'(1)+f'(2)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) –5 B) –6 C) –7 D) –8 E) –9

soru 5

$$f(x) = \begin{cases} ax^2+bx, & x \geq 1 \\ x^3+1, & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun x=1 için türevi olduğuna göre, a–b kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 6

$$f(x) = \begin{cases} x^2+ax, & x > -1 \\ -\frac{3x^2}{2}-\frac{5}{2}, & x \leq -1 \end{cases}$$

fonksiyonunun x=–1 için türevi olduğuna göre, a kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

soru 7

$$f(x) = \begin{cases} mx^2+3x, & x \leq 2 \\ 4x+n, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun x=2 için türevi olduğuna göre, 8m+n toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 8

$$f(x) = \begin{cases} 5x+1, & x > 0 \\ x^2+5, & x \leq 0 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonunun türevli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) R B) R–{0} C) ∅ D) R–{5} E) {0,5}

1–E 2–C 3–D 4–E 5–A 6–A 7–A 8–B



Mutlak Değer Fonksiyonun Türevi

$$f(x)=|x|=\begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

fonksiyonunda sıfırın kritik nokta olduğuna dikkat edelim. x=0 da fonksiyon sürekli, fakat $f'(0^+)=1$ ve $f'(0^-)=-1$ değerleri farklı olduğu için f(x) in x=0 da türevi yoktur.



Uyarı

Mutlak değer fonksiyonun tek katlı köklerinde genel olarak türev yoktur, çift katlı köklerinde ise türev vardır.

kavrama sorusu

$f(x)=|x-2|$ fonksiyonu veriliyor.

a) $f'(3)$ kaçtır?

b) $f'(1)$ kaçtır?

çözüm

a) x=3 için x−2>0 olduğundan f(x)=x−2 alınır.

$f'(x)=(x-2)'=1$

Cevap: 1

b) x=1 için x−2<0 olduğundan f(x)=−x+2 alınır.

$f'(x)=(-x+2)'=-1$

Cevap: −1

kavrama sorusu

$f(x)=|x^2-4|$ fonksiyonu veriliyor.

a) $f'(3)$ kaçtır?

b) $f'(-1)$ kaçtır?

c) $f'(2)$ kaçtır?

çözüm

a) x=3 için $x^2-4>0$ olduğundan $f(x)=x^2-4$ alınır.
$f'(x)=(x^2-4)'=2x$ ise $f'(3)=2.3=6$

Cevap: 6

b) x=−1 için $x^2-4<0$ olduğundan $f(x)=-x^2+4$ alınır.
$f'(x)=(-x^2+4)'=-2x$ ise $f'(-1)=-2.(-1)=2$

Cevap: 2

c) x=2 için $x^2-4=0$, x=2 tek katlı kök olduğu için $f'(2)$ yoktur.

Cevap: Türev yok

kavrama sorusu

$f(x)=|x^3-4x^2|$ fonksiyonunun türevinin olmadığı x değeri kaçtır?

çözüm

$f(x)=|x^3-4x^2|=|x^2(x-4)|$

$f(x)=x^2.|x-4|$ ($x^2>0$ olduğu için dışarı alındı)

x=4 tek katlı köktür. Dolayısı ile f(x) in x=4 değeri için türevi yoktur.

Cevap: 4

kavrama sorusu

$f(x)=|x^3-5x-1|$ fonksiyonunun x=2 için türevi $f'(2)$ kaçtır?

çözüm

x=2 için $x^3-5x-1<0$ olduğundan $f(x)=-x^3+5x+1$

$f'(x)=(-x^3+5x+1)'=-3x^2+5$ ise $f'(2)=-3.2^2+5=-7$

Cevap: −7



soru 1

$f(x)=|x-1|$

olduğuna göre, $f'(5)$ kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 3 E) 5

soru 2

$f(x)=|x.(x-1)|$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) Yoktur B) -3 C) -2 D) 1 E) 2

soru 3

$f(x)=|x^3-x^2|$

olduğuna göre, $f'(1^+)$ kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 4

$f(x)=x+|x+2|$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 5

$f(x)=|x^2-1|+3x$

olduğuna göre, $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$ limitinin değeri kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

soru 6

$f(x)=|1-x|+4$

olduğuna göre, $f(2)+f'(2)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

soru 7

$f(x)=|16x^2-8x+1|$

olduğuna göre, $f'\left(\dfrac{1}{4}\right)$ kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 8

$f(x)=|x+3|+|1-2x|$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) -1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1 – C 2 – A 3 – B 4 – A 5 – A 6 – D 7 – C 8 – B



Bileşke Fonksiyonun Türevi

f(x) ve g(x) uygun aralıklarda tanımlı birer fonksiyon olmak üzere,

(f o g)(x) bileşke fonksiyonun türevi, $(f \circ g)'(x) = g'(x).f'(g(x))$

(g o f)(x) bileşke fonksiyonun türevi, $(g \circ f)'(x) = f'(x).g'(f(x))$

kavrama sorusu

$f(x)=2x+1$ ve $g(x)=3x-1$ olduğuna göre,

a) $(f \circ g)'(x)$ ifadesini bulunuz.
b) $(g \circ f)'(x)$ ifadesini bulunuz.

$f'(g(x))$ ifadesi, f in türevinde g fonksiyonunu x yerine yaz demektir.

çözüm

a) $f(x)=2x+1$ ise $f'(x)=2$
$g(x)=3x-1$ ise $g'(x)=3$
$f'(x)=2$ ise $f'(g(x))=2$
$(f \circ g)'(x)=\underbrace{g'(x)}_{3}.\underbrace{f'(g(x))}_{2}=3.2=6$ dır.

b) $f'(x)=2$ ve $g'(f(x))=3$ olduğundan
$(g \circ f)'(x)=\underbrace{f'(x)}_{2}.\underbrace{g'(f(x))}_{3}=2.3=6$ dır.

kavrama sorusu

$f(x)=x^2+1$ ve $g(x)=4x+1$

olduğuna göre, $(g \circ f)'(x)$ ifadesini bulunuz.

çözüm

Bileşke fonksiyonun türevi sorularında önce fonksiyonların bileşkesini alıp daha sonra türevini alabilirsiniz.

$(g \circ f)(x)=g(f(x))=4.f(x)+1=4.(x^2+1)+1=4x^2+5$
$(g \circ f)'=(4x^2+5)'=8x$

Cevap: 8x

kavrama sorusu

$f(x)=x^2+5$ ve $g(x)=2x^2-1$

olduğuna göre, $(f \circ g)'(1)$ kaçtır?

çözüm

$f(x)=x^2+5$ ise $f'(x)=2x$
$g(x)=2x^2-1$ ise $g'(x)=4x$
$g(1)=2.1^2-1=1$ ve $g'(1)=4.1=4$
$(f \circ g)'(1)=\underbrace{g'(1)}_{4}.f'\underbrace{(g(1))}_{1}=4.f'(1)=4.2=8$

Cevap: 8

kavrama sorusu

$f'(2)=4$, $g(1)=2$ ve $g'(1)=4$

olduğuna göre, $(f \circ g)'(1)$ kaçtır?

çözüm

$(f \circ g)'(1)=f'\underbrace{(g(1))}_{2}.\underbrace{g'(1)}_{4}=\underbrace{f'(2)}_{4}.4$
$=4.4=16$

Cevap: 16



soru 1

$f(x)=5x+1$ ve $g(x)=3x+7$

olduğuna göre, (g o f)^{I}(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

soru 2

$f(x)=x^2+5$ ve $g(x)=2x+3$

olduğuna göre, (f o g)^{I}(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8x+16$ B) $8x+12$ C) $8x+6$ D) $4x+5$ E) $4x+8$

soru 3

$f(x)=x^2-1$ ve $g(x)=x^2+2$

olduğuna göre, (g o f)^{I}(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x^2+x$ B) $4x^2-x$ C) $4x^3-4x$ D) $2x^3+2$ E) $2x^3+4$

soru 4

$f(x)=x^3$ ve $g(x)=x+1$

olduğuna göre, (f o g)^{I}(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^2+3$ B) $3x^2+6x+3$ C) x^2+6x D) x^2+6x+3 E) x^3+6x^2+3x

soru 5

$f^{I}(2)=5$, $g(3)=2$ ve $g^{I}(3)=1$

olduğuna göre, (f o g)^{I}(3) kaçtır?

A) 20 B) 15 C) 10 D) 5 E) 1

soru 6

$f^{I}(1)=2$, $f(1)=3$ ve $g^{I}(3)=5$

olduğuna göre, (g o f)^{I}(1) kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

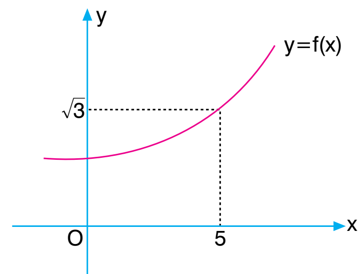
soru 7

$(g\ o\ f)^{I}(2)=15$, $g^{I}(f(2))=3$

olduğuna göre, f^{I}(2) kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 10 E) 15

soru 8



Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$g(x)=x^3-x$ ve $f^{I}(5)=2$

olduğuna göre, (g o f)^{I}(5) kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

1 – E 2 – B 3 – C 4 – B 5 – D 6 – E 7 – C 8 – E

Bileşke fonksiyonun türevi sorularında f ve g fonksiyonları her zaman ayrı ayrı verilmeyebilir. Örneğin, $f(3x+1)=5x+7$ ifadeside aslında bir bileşke fonksiyondur. (Burada $g(x)=3x+1$ alındığına dikkat ediniz) $f(\underbrace{3x+1}_{g(x)})$ yani $f(g(x))$ gibi düşünülerek çözüm yapılır.

kavrama sorusu

$f(2x+1)=x^2+5$

olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?
($g(x)=2x+1$ düşünülerek çözüm yapıldığına dikkat ediniz.)

çözüm

$f(\underbrace{2x+1}_{g(x)})=x^2+5$ ise $f(g(x))=x^2+5$ olarak düşünülebilir.

$g(x)=2x+1$ ise $g'(x)=2$

$[f(g(x))]'=g'(x).f'(g(x))$ bağıntısından

$(x^2+5)'=(2x+1)'.f'(2x+1) \Rightarrow 2x=2.f'(2x+1)$

$\Rightarrow x=f'(2x+1)$

$2x+1=3$ ise $x=1$ dir. Yerine yazarsak

$f'(2x+1)=x$ ise $f'(2.1+1)=1$

Cevap: $f'(3)=1$

kavrama sorusu

$f(3x+1)=x^2+4x-1$

olduğuna göre, $f'(7)$ kaçtır?

çözüm

$f(3x+1)=x^2+4x-1$ her iki tarafın türevi alınırsa,

$(3x+1)'.f'(3x+1)=(x^2+4x-1)'$ ise $3.f'(3x+1)=2x+4$

$3x+1=7$ ise $x=2$

$3.f'(3x+1)=2x+4$ eşitliğinde x yerine 2 yazıldığında

$3.f'(3.2+1)=2.2+4$ ise $3.f'(7)=8$ ve $f'(7)=\frac{8}{3}$

Cevap: $\frac{8}{3}$

kavrama sorusu

$f(x^3+1)=x^3+3x-1$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

çözüm

$f(x^3+1)=x^3+3x-1$ ifadesinde her iki tarafın türevi alınırsa,

$(x^3+1)'.f'(x^3+1)=(x^3+3x-1)'$ ise $3x^2.f'(x^3+1)=3x^2+3$

$x^3+1=2$ ise $x=1$

x yerine 1 yazılırsa,

$3.f'(2)=3+3$ ise $f'(2)=2$

Cevap: 2

kavrama sorusu

$f(x)=x^2.g(3x)$, $g(3)=4$ ve $g'(3)=2$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

Uyarı

Çarpım şeklindeki ifadelerin türevinden dolayı,
$[x^2.g(3x)]'=(x^2)'.g(3x)+[g(3x)]'.x^2$
olduğunu hatırlayalım.

çözüm

$f'(x)=(x^2)'.g(3x)+[g(3x)]'.x^2=2x.g(3x)+(3x)'.g'(3x).x^2$

$=2x.g(3x)+3.g'(3x).x^2$

x yerine 1 yazılırsa

$f'(1)=2.\underbrace{g(3)}_{4}+3.\underbrace{g'(3)}_{2}.1$

$=2.4+3.2=14$

Cevap: 14



soru 1

$f(x+7)=5x^2+1$

olduğuna göre, $f'(9)$ kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

soru 2

$f(3x)=9x^2$

olduğuna göre, $f'(6)$ kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

soru 3

$f(5x-1)=x^2-3x+1$

olduğuna göre, $f'(19)$ kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) –1

soru 4

$f\left(\frac{x+1}{3}\right)=\frac{x^3+3}{9}$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

soru 5

$f(2x+1)=x^2+5$

olduğuna göre, $f'(7)$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 6

$f(x^3)=x^3+12x$

olduğuna göre, $f'(8)$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 7

$f(x^3+1)=x^2+1$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{5}{3}$ E) 3

soru 8

$f(x^2+1)=2x^2+7$

olduğuna göre, $f'(\sqrt{7}-1)$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1 – D 2 – C 3 – C 4 – A 5 – C 6 – B 7 – A 8 – B



$[f(x)]^n$ biçimindeki ifadelerin türevi:

$([f(x)]^n)' = n.[f(x)]^{n-1}.f'(x)$ biçimde alınır. f(x) x' e bağlı bir fonksiyonu temsil edip logaritmik, trigonometrik de olabilir. Türevini alırken içteki fonksiyonunda türevini almayı unutmayınız.

kavrama sorusu

a) $f(x)=(x+1)^7$

b) $f(x)=(3x-1)^5$

c) $f(x)=(x^2+1)^4$

çözüm

a) $f'(x)=7.(x+1)^{7-1}.(x+1)'=7.(x+1)^6$

b) $f'(x)=5.(3x-1)^{5-1}.(3x-1)'=5.(3x-1)^4.3=15.(3x-1)^4$

c) $f'(x)=4.(x^2+1)^{4-1}.(x^2+1)'=4.(x^2+1)^3.(2x)$

$=8x.(x^2+1)^3$

kavrama sorusu

a) $f(x)=(x^2+3x-1)^{-3}$

b) $f(x)=(x^2+x)^{5/3}$

c) $f(x)=\sqrt[5]{4x-1}$

çözüm

a) $f'(x)=-3.(x^2+3x-1)^{-3-1}.(x^2+3x-1)'$

$=-3.(x^2+3x-1)^{-4}.(2x+3)$

b) $f'(x)=\frac{5}{3}(x^2+x)^{\frac{5}{3}-1}.(x^2+x)'=\frac{5}{3}(x^2+x)^{\frac{2}{3}}.(2x+1)$

c) $f(x)=\sqrt[5]{4x-1}=(4x-1)^{\frac{1}{5}}$ şeklinde yazılabilir.

$f'(x)=\frac{1}{5}\cdot(4x-1)^{\frac{1}{5}-1}.(4x-1)'=\frac{1}{5}\cdot(4x-1)^{-\frac{4}{5}}.4$

$=\frac{4}{5}\cdot(4x-1)^{-\frac{4}{5}}$

Konu Kavrama Çalışması

f(x)	Türev almada birinci adım	f'(x)
$(x-1)^3$	$3.(x-1)^{3-1}.(x-1)'$	$3.(x-1)^2.1$
$(2x+1)^2$	$2.(2x+1)^{2-1}.(2x+1)'$	$2.(2x+1).2$
$\left(\frac{x-1}{7}\right)^7$	$7.\left(\frac{x-1}{7}\right)^{7-1}.\left(\frac{x-1}{7}\right)'$	$7.\left(\frac{x-1}{7}\right)^6.\frac{1}{7}$
$(x^2+5)^5$	$5.(x^2+5)^{5-1}.(x^2+5)'$	$5.(x^2+5)^4.2x$
$(x^2+3x)^4$	$4.(x^2+3x)^{4-1}.(x^2+3x)'$	$4.(x^2+3x)^3.(2x+3)$
$(2x^3+x^2)^6$	$6.(2x^3+x^2)^{6-1}.(2x^3+x^2)'$	$6.(2x^3+x^2)^5.(6x^2+2x)$
$(x^3+3)^{\frac{1}{3}}$	$\frac{1}{3}.(x^3+3)^{\frac{1}{3}-1}.(x^3+3)'$	$\frac{1}{3}(x^3+3)^{-\frac{2}{3}}.(3x^2)$
$\sqrt{x^2+3x}$	$\frac{1}{2}.(x^2+3x)^{\frac{1}{2}-1}.(x^2+3x)'$	$\frac{1}{2}(x^2+3x)^{-\frac{1}{2}}.(2x+3)$
$\sqrt[3]{(x+5)^2}$	$\frac{2}{3}.(x+5)^{\frac{2}{3}-1}.(x+5)'$	$\frac{2}{3}(x+5)^{-\frac{1}{3}}$
$(x^2+x)^2-x^3$	$2.(x^2+x)^{2-1}.(x^2+x)'-3x^{3-1}$	$2.(x^2+x).(2x+1)-3x^2$



soru 1

$f(x)=(6x-3)^3$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $18.(6x-3)^2$ B) $3.(6x-3)^2$ C) $(6x-3)^2$ D) $6x$ E) 6

soru 2

$f(x)=(2x+1)^2$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2(2x+1)$ B) $4(2x+1)$ C) $2x+1$ D) 2 E) 4

soru 3

$f(x)=\left(\frac{x+1}{2}\right)^4$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x+1}{2}$ B) $\left(\frac{x+1}{2}\right)^3$ C) $4.\left(\frac{x+1}{2}\right)^3$

D) $2.\left(\frac{x+1}{2}\right)^3$ E) $8.\left(\frac{x+1}{2}\right)^3$

soru 4

$f(x)=(x^3-x+1)^3$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3.(x^3-x+1)^2.(3x^2-1)$ B) $3(x^3-x+1)^2$ C) $(x^3-x+1)^2.(3x^2-1)$

D) $3.(x^3-x+1)(3x^2-1)$ E) $9x^3$

soru 5

$f(x)=(x^5+5x^2)^{\frac{1}{5}}$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{5}(x^5+5x^2)^{-\frac{4}{5}}$ B) $\frac{1}{5}(x^5+5x^2)^{\frac{4}{5}}$

C) $(x^4+2x).(x^5+x^2)^{-\frac{4}{5}}$ D) $(x^4+2x).(x^5+5x^2)^{-\frac{4}{5}}$

E) $(5x+5).(x^5+5x^2)^{-\frac{4}{5}}$

soru 6

$f(x)=\sqrt{x^2+2x}$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) 9

soru 7

$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{(2x-1)^2}}$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

A) $-\frac{7}{3}$ B) $-\frac{5}{3}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) -1

soru 8

$f(x)=((2x+1)^2+3)^3$

olduğuna göre, f'(–1) kaçtır?

A) – 48 B) – 84 C) – 96 D) – 132 E) – 192

1 – A 2 – B 3 – D 4 – A 5 – D 6 – B 7 – C 8 – E



Trigonometrik Fonksiyonların Türevleri

sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının türevleri, bileşke fonksiyonların türevleri mantığı kullanılarak alınabilir.

$[\sin(f(x))]' = f'(x).\cos f(x)$ ve $[\cos(f(x))]' = -f'(x).\sin f(x)$ dir.

kavrama sorusu

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $f(x) = \sin x$

b) $f(x) = \sin 5x$

c) $f(x) = \cos x$

d) $f(x) = \cos(7x)$

çözüm

a) $f'(x) = (x)'.\cos x = \cos x$

b) $f'(x) = (5x)'.\cos 5x = 5.\cos 5x$

c) $f'(x) = -(x)'.\sin x = -\sin x$

d) $f'(x) = -(7x)'.\sin(7x) = -7.\sin 7x$

kavrama sorusu

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $f(x) = \sin(x^2+5x)$

b) $f(x) = \sin(\sin x)$

c) $f(x) = \cos(\sin 4x)$

d) $f(x) = \cos(x^2-\cos x)$

çözüm

a) $f'(x) = (x^2+5x)'.\cos(x^2+5x) = (2x+5)\cos(x^2+5x)$

b) $f'(x) = (\sin x)'.\cos(\sin x) = \cos x.\cos(\sin x)$

c) $f'(x) = -(\sin 4x)'.\sin(\sin 4x) = -4.\cos 4x.\sin(\sin 4x)$

d) $f'(x) = -(x^2-\cos x)'.\sin(x^2-\cos x) = -(2x+\sin x).\sin(x^2-\cos x)$

Konu Kavrama Çalışması

Trigonometrik Fonksiyon	Türev almada 1. adım	Türevi
$\sin 6x$	$(6x)'.\cos 6x$	$6.\cos 6x$
$\cos(3x+1)$	$-(3x+1)'.\sin(3x+1)$	$-3.\sin(3x+1)$
$\sin(x^2+5)$	$(x^2+5)'.\cos(x^2+5)$	$2x.\cos(x^2+5)$
$\cos(x^3+x)$	$-(x^3+x)'.\sin(x^3+x)$	$-(3x^2+1).\sin(x^3+x)$
$\sin(\cos x)$	$(\cos x)'.\cos(\cos x)$	$-\sin x.\cos(\cos x)$
$\cos(\sin x)$	$-(\sin x)'.\sin(\sin x)$	$-\cos x.\sin(\sin x)$
$\sin^3 x$	$3.\sin^{3-1}x.(\sin x)'$	$3\sin^2 x.\cos x$
$\cos^2 x$	$2.\cos^{2-1}x.(\cos x)'$	$2.\cos x.(-\sin x)$
$\sin^2 x+\cos^2 x$	$2.\sin^{2-1}x.(\sin x)'+2.\cos^{2-1}x.(\cos x)'$	$2\sin x.\cos x+2\cos x.(-\sin x)=0$



soru 1

$f(x)=\sin(7x+7)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos(7x+7)$ B) $-\cos(7x+7)$ C) $7.\cos(7x+7)$

D) $7.\sin(7x+7)$ E) $\sin x\ (7x+7)$

soru 2

$f(x)=\cos(2x-5)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2.\sin(2x-5)$ B) $2.\sin(2x-5)$ C) $\sin(2x-5)$

D) $-\frac{1}{2}\cdot\sin(2x-5)$ E) $\frac{1}{4}\cdot\sin(2x-5)$

soru 3

$f(x)=\sin(x^4+1)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos(x^4+1)$ B) $4x^3.\cos(x^4+1)$ C) $-4x^3.\cos(x^4+1)$

D) $4x^3.\sin(x^4+1)$ E) $-4x^3.\sin(x^4+1)$

soru 4

$y=\sin(3x+1)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos(3x+1)$ B) $-\cos(3x+1)$ C) $3.\cos(3x+1)$

D) $3.\sin(3x+1)$ E) $-3.\sin(3x+1)$

soru 5

$f(x)=\sin 3x+\cos 2x$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos 3x+\sin x$ B) $\cos 3x-\sin 2x$

C) $\sin 3x-\sin 2x$ D) $-3\cos 3x+2\sin 2x$

E) $3\cos 3x-2\sin 2x$

soru 6

$f(x)=\sin(\cos 5x)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin 5x.\cos 5x$ B) $\cos 5x.\cos(5x)$

C) $\sin 5x.\cos(\cos 5x)$ D) $-5\sin 5x.\cos(\cos 5x)$

E) $5\sin 5x.\cos(\cos 5x)$

soru 7

$f(x)=\cos^2(2x)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2.\sin x.\cos x$ B) $-2.\sin 2x.\cos 2x$

C) $4.\sin 2x.\cos x$ D) $-4.\sin 2x.\cos 2x$

E) $4.\sin 2x.\cos 2x$

soru 8

$y=\sqrt{\sin x}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{\cos x}$ B) $\sin x.\sqrt{\cos x}$ C) $\frac{1}{\sqrt{\sin x}}$

D) $\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$ E) $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$

1 – C 2 – A 3 – B 4 – C 5 – E 6 – D 7 – D 8 – E



Tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının türevleri de aynen sinüs ve kosinüsde olduğu gibi bileşke fonksiyon mantığı kullanılarak alınır.

$[\tan f(x)]' = \dfrac{f'(x)}{\cos^2 f(x)}$ ve $[\cot f(x)]' = -\dfrac{f'(x)}{\sin^2 f(x)}$

$\left(\dfrac{1}{\cos^2 x} = 1+\tan^2 x = \sec^2 x \text{ olduğunu hatırlayınız.}\right)$ $\left(\dfrac{1}{\sin^2 x} = 1+\cot^2 x = \text{cosec}^2 x \text{ olduğunu hatırlayınız.}\right)$

kavrama sorusu

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $f(x)=\tan x$
b) $f(x)=\tan 2x$
c) $f(x)=\cot x$
d) $f(x)=\cot 5x$

çözüm

a) $f'(x)=\dfrac{(x)'}{\cos^2 x}=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

b) $f'(x)=\dfrac{(2x)'}{\cos^2(2x)}=\dfrac{2}{\cos^2(2x)}$

c) $f'(x)=-\dfrac{(x)'}{\sin^2 x}=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

d) $f'(x)=-\dfrac{(5x)'}{\sin^2(5x)}=-\dfrac{5}{\sin^2(5x)}$

kavrama sorusu

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $f(x)=\tan(x^2+1)$
b) $f(x)=\tan^2 x$
c) $f(x)=\cot(x^3+1)$
d) $f(x)=\cot^3 x$

çözüm

a) $f'(x)=\dfrac{\left(x^2+1\right)'}{\cos^2(x^2+1)}=\dfrac{2x}{\cos^2(x^2+1)}$

b) $f'(x)=2.\tan^{(2-1)}x.(\tan x)' = 2\tan x.(\tan x)' = \dfrac{2\tan x}{\cos^2 x}$

c) $f'(x)=-\dfrac{\left(x^3+1\right)'}{\sin^2(x^3+1)}=-\dfrac{3x^2}{\sin^2(x^3+1)}$

d) $f'(x)=3\cot^{3-1}x.(\cot x)' = 3.\cot^2 x.(\cot x)' = -\dfrac{3\cot^2 x}{\sin^2 x}$

Konu Kavrama Çalışması:

f(x)	Türev almada 1. adım	f'(x)
$\tan(8x)$	$\dfrac{(8x)'}{\cos^2 8x}$	$\dfrac{8}{\cos^2 8x}$
$\cot(10x)$	$-\dfrac{(10x)'}{\sin^2(10x)}$	$-\dfrac{10}{\sin^2(10x)}$
$\tan(x^3+3x^2)$	$\dfrac{(x^3+3x^2)'}{\cos^2(x^3+3x^2)}$	$\dfrac{3x^2+6x}{\cos^2(x^3+3x^2)}$
$\cot(x^2-7x)$	$-\dfrac{(x^2-7x)'}{\sin^2(x^2-7x)}$	$-\dfrac{2x-7}{\sin^2(x^2-7x)}$
$\tan x+\cot 2x$	$\dfrac{(x)'}{\cos^2 x}-\dfrac{(2x)'}{\sin^2 2x}$	$\dfrac{1}{\cos^2 x}-\dfrac{2}{\sin^2 2x}$
$\tan(\sin x)$	$\dfrac{(\sin x)'}{\cos^2(\sin x)}$	$\dfrac{\cos x}{\cos^2(\sin x)}$
$\sqrt{\cot 7x}$	$\left[(\cot 7x)^{\frac{1}{2}}\right]' = \dfrac{1}{2}(\cot 7x)^{\frac{1}{2}-1}.(\cot 7x)'$	$\dfrac{1}{2}(\cot 7x)^{-\frac{1}{2}}.\dfrac{-7}{\sin^2 7x}$



soru 1

$f(x)=\tan(x+1)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{1}{\sin^2(x+1)}$ B) $\dfrac{x+1}{\sin^2(x+1)}$ C) $\dfrac{1}{\cos^2(x+1)}$ D) $\dfrac{x}{\cos^2(x+1)}$ E) $\dfrac{x+1}{\cos^2(x+1)}$

soru 2

$y=\cot(6x)$

olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan 6x$ B) $-\dfrac{1}{\sin^2 6x}$ C) $\dfrac{6}{\sin^2 6x}$ D) $-\dfrac{6}{\sin^2 6x}$ E) $-\dfrac{6}{\cos^2 6x}$

soru 3

$f(x)=\cot(x^3)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{-x^2}{\sin(x^3)}$ B) $-\dfrac{3x^2}{\sin^2(x^3)}$ C) $-\dfrac{3}{\sin^2 x}$ D) $-\dfrac{x}{\sin^2(x^3)}$ E) $-\dfrac{3x}{\cos^2(x^3)}$

soru 4

$f(x)=\tan x-\cot x$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{1}{\tan x}-\dfrac{1}{\cot x}$ B) $\sin x+\cos x$ C) $\sin^2 x+\cos^2 x$ D) $\sec^2 x+\operatorname{cosec}^2 x$ E) $\sec^2 x+\dfrac{1}{\cos^2 x}$

soru 5

$f(x)=x+\cot x$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1+\tan x$ B) $1-\tan x$ C) $1-\cot x$ D) $1+\cot x$ E) $-\cot^2 x$

soru 6

$f(x)=\tan^2 x+\tan x$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{\tan x}{\cos^2 x}$ B) $\dfrac{\tan^2 x}{\cos x}$ C) $\dfrac{2\tan x}{\cos^2 x}$ D) $\dfrac{2\tan x+1}{\cos^2 x}$ E) $\dfrac{2\tan x-1}{\cos^2 x}$

soru 7

$f(x)=\tan^3(4x)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{12\tan^2 4x}{\cos^2 4x}$ B) $\dfrac{\tan^2 4x}{\cos^2 4x}$ C) $\dfrac{\tan^2 4x}{\sin^2 4x}$ D) $\dfrac{\cot^2 4x}{\sin^2 4x}$ E) $\dfrac{\cot^2 4x}{\cos^2 4x}$

soru 8

$y=\tan(\pi x)$

olduğuna göre, $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\dfrac{\pi}{\pi+1}$ B) $\dfrac{\pi}{\pi^2+1}$ C) $\dfrac{\pi^2}{\pi+1}$ D) $\dfrac{\pi^2}{\pi^2+1}$ E) π

1 – C 2 – D 3 – B 4 – D 5 – E 6 – D 7 – A 8 – E



Ters Fonksiyonun Türevi

y=f(x) fonksiyonunda $f^{-1}(y)=x$ olduğunu biliyoruz. Fonksiyonların bu şekilde tersini alarak daha sonra türevini almak bize büyük kolaylık sağlayacaktır.

$(f^{-1})'(y_o)=\dfrac{1}{f'(x_o)}$ kuralı genel olarak verilen kuraldır. Fakat, $f(x)=y \Leftrightarrow f^{-1}(y)=x$ bağıntısı ile de sorular çözülebilir.

kavrama sorusu

$f(x)=x^3+1$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(9)$ kaçtır?

çözüm

$f(x)=x^3+1$ ise $x=f^{-1}(x^3+1)$

Eşitliğin her iki yanının türevi alınırsa,

$(x)'=[f^{-1}(x^3+1)]'$ ise $(x)'=(x^3+1)'(f^{-1})'(x^3+1)$

$1=3x^2.(f^{-1})'(x^3+1)$

$x^3+1=9$ ise $x=2$ ($f^{-1}(9)$ elde etmeye çalışıyoruz.)

$1=3x^2(f^{-1})'(x^3+1)$ ise $1=3.2^2.(f^{-1})'(2^3+1)$

Buradan, $(f^{-1})'(9)=\dfrac{1}{12}$

Cevap: $\dfrac{1}{12}$

kavrama sorusu

$f(x^2+x)=2x–1$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(5)$ kaçtır?

çözüm

$f(x^2+x)=2x–1$ ise $x^2+x= f^{-1}(2x–1)$

$(x^2+x)'=[f^{-1}(2x-1)]'$ ise $2x+1=(2x-1)'.(f^{-1})'(2x-1)$

$2x+1=2.(f^{-1})'(2x-1)$

$2x-1=5$ ise $x=3$ ($(f^{-1})'(5)$ elde etmeye çalışıyoruz.)

x=3 yazılırsa,

$2x+1=2(f^{-1})'(2x-1)$ ise $2.3+1=2(f^{-1})'(2.3-1)$

$(f^{-1})'(5)=\dfrac{7}{2}$

Cevap: $\dfrac{7}{2}$

kavrama sorusu

$f:[2,\infty)\rightarrow[1,\infty)$

$f(x)=x^2-4x+5$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(5)$ kaçtır?

(Bu tarz sorularda tanım kümesinin hangi sayıları kapsadığı çok önemlidir.)

çözüm

$f(x)=x^2-4x+5$ ise $x=f^{-1}(x^2-4x+5)$

$(f^{-1})'(x^2-4x+5).(2x–4)=1$

$(x^2-4x+5=5$ ise $x=0$ veya $x=4)$

Tanım kümesi $[2,\infty)$ olduğu için x=4 alınır.

$x=4$ ise $(f^{-1})'(4^2-4.4+5).(2.4-4)=1$

$(f^{-1})'(5).4=1$ ise $(f^{-1})'(5)=\dfrac{1}{4}$

Cevap: $\dfrac{1}{4}$

kavrama sorusu

$f:R-\{2\}\rightarrow R-\{3\}$

$f(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(4)$ kaçtır?

çözüm

Fonksiyonun tersini almak kolay ise önce tersini alırız.

$f(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$ ise $f^{-1}(x)=\dfrac{2x+1}{x-3}$ ifadesinin türevi alınırsa

$(f^{-1})'(x)=\dfrac{2.(x-3)-1.(2x+1)}{(x-3)^2}$ ifadesinde x=4 yazıldığında

$(f^{-1})'(4)=\dfrac{2.1-9}{1^2}=-7$

Cevap: –7



soru 1

$f(x)=3x+7$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 7 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{21}$

soru 2

$f(x)=2x^5-1$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(1)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{20}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

soru 3

$f(x)=\frac{2x-1}{x}$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(3)$ kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 4

$f(x)=\sqrt{x-1}$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(2)$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 5

$f(x^2+1)=x-5$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(0)$ kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 6

$f:[1,\infty)\rightarrow[6,\infty)$

$f(x)=x^2-2x+7$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(22)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{32}$

soru 7

$f:[\frac{1}{5},\infty)\rightarrow[7,\infty)$

$f(x)=25x^2-10x+8$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(23)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{40}$ B) $\frac{1}{30}$ C) $\frac{1}{20}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{5}$

soru 8

$f(x)=\frac{ax+12}{x-5}$ fonksiyonu veriliyor.

$(f^{-1})'(x)=\frac{3}{(x+3)^2}$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) –1 C) –2 D) –3 E) –4

1 – C 2 – B 3 – D 4 – D 5 – E 6 – C 7 – A 8 – D



Ters Trigonometrik Fonksiyonların Türevi

Sinüs, kosinüs, tanjant ve kontanjant fonksiyonlarını tersi olan arcsin, arccos, arctan ve arccot fonksiyonlarının türevleri sırasıyla yandaki gibidir.

$[\arcsin f(x)]' = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$, $[\arccos f(x)]' = -\frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$

$[\arctan f(x)]' = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$, $[\text{arc}\cot f(x)]' = -\frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$

kavrama sorusu

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) arcsinx
b) arccosx
c) arcsin4x
d) arccos2x

çözüm

a) $\frac{(x)'}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

b) $-\frac{(x)'}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

c) $\frac{(4x)'}{\sqrt{1-(4x)^2}} = \frac{4}{\sqrt{1-16x^2}}$

d) $-\frac{(2x)'}{\sqrt{1-(2x)^2}} = -\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

kavrama sorusu

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) arctanx
b) arccotx
c) arctan(x+1)
d) arccot5x

çözüm

a) $\frac{(x)'}{1+x^2} = \frac{1}{1+x^2}$

b) $-\frac{(x)'}{1+x^2} = -\frac{1}{1+x^2}$

c) $\frac{(x+1)'}{1+(x+1)^2} = \frac{1}{1+(x+1)^2}$

d) $-\frac{(5x)'}{1+(5x)^2} = -\frac{5}{1+25x^2}$

kavrama sorusu

$f(x) = \arctan 2x$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

çözüm

$f'(x) = \frac{(2x)'}{1+(2x)^2} = \frac{2}{1+4x^2}$

$f'(1) = \frac{2}{1+4.1^2} = \frac{2}{5}$

Cevap: $\frac{2}{5}$

kavrama sorusu

$f(x) = x^2.\text{arccot}x$

olduğuna göre, f'(–1) kaçtır?

(Çarpımın türevinde, $[f(x).g(x)]' = f'(x).g(x) + f(x).g'(x)$ olduğunu hatırlayalım.)

çözüm

$f'(x) = (x^2)'.\text{arccot}x + x^2.(\text{arccot}x)'$

$f'(x) = 2x.\text{arc}\cot x + x^2.\left(-\frac{1}{1+x^2}\right)$

$f'(-1) = -2.\text{arc}\cot(-1) - \frac{1}{2}$

$f'(-1) = -2.\frac{3\pi}{4} - \frac{1}{2} = \frac{-3\pi-1}{2}$

Cevap: $\frac{-3\pi-1}{2}$



soru 1

$f(x)=\arcsin x+\arccos x$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) x D) x^2 E) $\frac{1}{x^2}$

soru 2

$f(x)=\arcsin x^4$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{1-x^4}}$ C) $\frac{x^3}{\sqrt{1-x^8}}$ D) $\frac{4x^3}{\sqrt{1-x^8}}$ E) $\frac{x^4}{\sqrt{1-x^8}}$

soru 3

$f(x)=\arccos(x-1)$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\sqrt{1-(x-1)^2}}$ B) $\frac{1}{1+4x^2}$ C) $\frac{1}{1+2x^2}$ D) $-\frac{1}{\sqrt{1-(x-1)^2}}$ E) $\frac{1}{1-4x^2}$

soru 4

$y=\arccos(\sqrt{x})$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

$\left(\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}\right.$ olduğunu hatırlayın.$\left.\right)$

A) $\frac{2}{\sqrt{1-x}}$ B) $-\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$ C) $\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$ D) $-\frac{x}{2\sqrt{1-x}}$ E) $-\frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{1-x}}$

soru 5

$f(x)=\text{arccot}\,x^3$

olduğuna göre, f'(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{1+3x^6}$ B) $-\frac{1}{1+3x^6}$ C) $-\frac{3}{1+3x^6}$ D) $-\frac{3}{1+x^6}$ E) $-\frac{3x^2}{1+x^6}$

soru 6

$f(x)=\arctan x+\text{arccot}\,2x$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ kaçtır?

A) $\frac{9}{5}$ B) 2 C) $\frac{3}{5}$ D) $-\frac{2}{5}$ E) $-\frac{1}{5}$

soru 7

$f(x)=\arctan(2x-1)+\text{arccot}\,3x$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{5}{10}$ C) $\frac{7}{10}$ D) $\frac{9}{10}$ E) $\frac{11}{10}$

soru 8

$f(x)=\arctan(\cos x)$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ kaçtır?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $-\frac{1}{7}$ D) $-\frac{2}{7}$ E) $-\frac{3}{7}$

1 – A 2 – D 3 – D 4 – B 5 – E 6 – E 7 – C 8 – D



Üstel Fonksiyonların Türevi

Üstel fonksiyonların tanımı gereği $a^{f(x)}$ gibi bir ifadede a sıfırdan büyük ve 1 den farklı olmalıdır. Bu yüzden ancak $2^{f(x)}$ veya $(1/3)^{f(x)}$ gibi fonksiyonların türevini alabiliriz.

Üstel fonksiyonun genel türev alma kuralı $[a^{f(x)}]' = f'(x).a^{f(x)}.\ln a$ dır.

a=e (e=2,718....) olma durumunda kuralımız, lne=1 olduğundan $[e^{f(x)}]' = f'(x).e^{f(x)}$ olur.

kavrama sorusu

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $f(x)=3^x$
b) $f(x)=2^{5x+1}$
c) $f(x)=3^{x^2+4x-1}$
d) $f(x)=5^{\sin x}$

çözüm

a) $f'(x)=(x)'.3^x.\ln 3=1.3^x.\ln 3=3^x.\ln 3$
b) $f'(x)=(5x+1)'.2^{5x+1}.\ln 2=5.2^{5x+1}.\ln 2$
c) $f'(x)=(x^2+4x-1)'.3^{x^2+4x-1}.\ln 3=(2x+4).3^{x^2+4x-1}.\ln 3$
d) $f'(x)=(\sin x)'.5^{\sin x}.\ln 5=\cos x.5^{\sin x}.\ln 5$

kavrama sorusu

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $f(x)=e^x$
b) $f(x)=e^{3x-4}$
c) $f(x)=e^{2x^2+4x-1}$
d) $f(x)=e^{\cos 4x}$

çözüm

a) $f'(x)=(x)'.e^x=1.e^x=e^x$ (Türevi kendisine eşit olan fonksiyon)
b) $f'(x)=(3x-4)'.e^{3x-4}=3.e^{3x-4}$
c) $f'(x)=(2x^2+4x-1)'.e^{2x^2+4x-1}=(4x+4).e^{2x^2+4x-1}$
d) $f'(x)=(\cos 4x)'.e^{\cos 4x}=-4\sin 4x.e^{\cos 4x}$

kavrama sorusu

$$f(x)=(x^2+1).e^{x-1}$$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

(Çarpımın türevinden, $[f(x).g(x)]'=f'(x).g(x)+f(x).g'(x)$ olduğunu hatırlayalım.)

çözüm

$f'(x)=(x^2+1)'.e^{x-1}+(x^2+1).(e^{x-1})'$
$f'(x)=2x.e^{x-1}+(x^2+1).e^{x-1}$
$f'(1)=2e^0+2.e^0=2+2=4$

Cevap: 4

kavrama sorusu

$$f(x)=e^{\ln(4x^2+x-1)}$$

olduğuna göre, f'(2) kaçtır?

($a^{\log_a b}=b$ olduğunu hatırlayınız.)

çözüm

$f(x)=e^{\ln(4x^2+x-1)}=4x^2+x-1$
$f'(x)=8x+1$
$f'(2)=17$

Cevap: 17



soru 1

$f(x)=2^{x^3-x}$

olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{x^3-x}.\ln 2$ B) $3x^2.2^{x^3-x}$ C) $2^{x^3-x}.(3x-1)$ D) $(3x^2-1).2^{x^3-x}.\ln 2$ E) $(3x^2-1).2^{x^3-x}$

soru 2

$f(x)=e^{x^3+5x}$

olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(3x^2+5).e^{x^3+5x}$ B) $3x^2.e^{x^3+5x}$ C) $3.e^{x^3+5x}$ D) e^{x^3+5x} E) e^{3x^2+5}

soru 3

$f(x)=3^{ax+1}$ ve $f'(0)=9.\ln 3$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 4

$f(x)=e^{\sin x}$

olduğuna göre, $f'(\pi)$ kaçtır?

A) $-\pi e$ B) $-\frac{1}{e}$ C) $-e$ D) -1 E) 0

soru 5

$y=\frac{1}{e^x}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

$\left(\frac{1}{e^x}=e^{-x}\right.$ olduğunu hatırlayınız.$\left.\right)$

A) $-\frac{1}{e^x}$ B) $-\frac{2}{e^x}$ C) e^x D) e^{2x} E) e^{3x}

soru 6

$f(x)=2^{\tan x}$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2.ln2 B) 3.ln2 C) 4.ln2 D) 6.ln2 E) 8.ln2

soru 7

$f(x)=e^{x+\ln x}$

olduğuna göre, $f'(1)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) e Bi) 2e C) 3e D) 4e E) 5e

soru 8

$f(x)=3^{\sin x}+e^{\cos x}$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

1 – D 2 – A 3 – C 4 – D 5 – A 6 – C 7 – B 8 – A



Logaritma Fonksiyonunun Türevi

Logaritma fonksiyonunun türevi $[\log_a f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)}.\log_a e$ dir. (e=2,718....)

Logaritmadaki tabanımız a=e olursa formüldeki $\log_e e=1$ olacağından $[\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)}$ dir.

kavrama sorusu

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $f(x)=\log_2 x$

b) $f(x)=\log_3(x^2+1)$

c) $f(x)=\ln x$

d) $f(x)=\ln(x^3+x)$

çözüm

a) $f'(x)=\frac{(x)'}{x}\cdot\log_2 e=\frac{1}{x}\cdot\log_2 e$

b) $f'(x)=\frac{(x^2+1)'}{x^2+1}\cdot\log_3 e=\frac{2x}{x^2+1}\cdot\log_3 e$

c) $f'(x)=\frac{(x)'}{x}=\frac{1}{x}$

d) $f'(x)=\frac{(x^3+x)'}{x^3+x}=\frac{3x^2+1}{x^3+x}$

kavrama sorusu

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

a) $f(x)=x.\ln x$

b) $f(x)=\frac{\ln x}{x}$

(Çarpımın türevinde $[f(x).g(x)]'=f'(x).g(x)+f(x).g'(x)$

Bölümün türevinde $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]'=\frac{f'(x).g(x)-f(x).g'(x)}{[g(x)]^2}$ olduğunu hatırlayınız.)

çözüm

a) İfade çarpım halinde olduğundan

$f'(x)=(x)'.\ln x+(\ln x)'.x$

$=1.\ln x+\frac{1}{x}.x=\ln x+1$

b) İfade bölüm halinde olduğundan

$f'(x)=\frac{(\ln x)'.x-(x)'.\ln x}{x^2}$

$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}.x-1.\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}$

kavrama sorusu

$f(x)=x^2\ln(x-1)$

olduğuna göre, f'(2) kaçtır?

çözüm

$f'(x)=(x^2)'.\ln(x-1)+[\ln(x-1)]'.x^2$

$f'(x)=2x.\ln(x-1)+\frac{1}{x-1}.x^2$

$f'(2)=4.\ln 1+\frac{1}{1}.4=0+4=4$

Cevap: 4

kavrama sorusu

$f(x)=\ln\left(x^{\frac{7}{5}}\right)$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

çözüm

$f(x)=\ln x^{\frac{7}{5}}=\frac{7}{5}\cdot\ln x$ ($\log_a x^m=m.\log_a x$ olduğunu hatırlayalım.)

$f'(x)=\left[\frac{7}{5}\cdot\ln x\right]'=\frac{7}{5}\cdot\frac{1}{x}$ ise $f'(1)=\frac{7}{5}$

Cevap: $\frac{7}{5}$

kavrama sorusu

$f(x)=\log_2\sqrt[4]{x^3+1}$

olduğuna göre, f'(0) kaçtır?

$\left(\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}\right.$ olduğunu hatırlayınız.$\left.\right)$

çözüm

$f'(x)=\log_2(x^3+1)^{\frac{1}{4}}=\frac{1}{4}\cdot\log_2(x^3+1)$

$f'(x)=\frac{1}{4}\cdot\frac{3x^2}{x^3+1}\cdot\log_2 e$ ve $f'(0)=0$

Cevap: 0



soru 1

$y=\log(3x+1)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

$\left(\log_a e=\frac{1}{\ln a}\right.$ olduğunu hatırlayınız$\left.\right)$

A) $\frac{3}{(3x+1).\ln 10}$ B) $\frac{1}{(3x+1).\ln 10}$ C) $\frac{3x+1}{\ln 10}$

D) $\frac{\ln 10}{3.(3x+1)}$ E) $\frac{\ln 10}{3x+1}$

soru 2

$f(x)=\ln(5x+2)$

olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5 B) $\frac{1}{5x+2}$ C) $\frac{5}{5x+2}$ D) $\frac{1}{(5x+2)^2}$ E) $\frac{5}{(5x+2)^2}$

soru 3

$y=\log(e^x)$

olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) loge B) ln10 C) $\frac{1}{e^x}$ D) $e^x.\ln 10$ E) $\frac{e^x}{\ln 10}$

soru 4

$f(x)=\ln e^{(x^2)}$

olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 2x C) x^2 D) $\frac{1}{2x}$ E) $\frac{1}{2x^2}$

soru 5

$f(x)=\ln(x^2+1)$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

soru 6

$f(x)=e^x.\ln x$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{e}$ B) $\sqrt{e}$ C) e D) e^2 E) e^3

soru 7

$f(x)=\log\frac{x^2}{x+1}+\log\frac{x+1}{x+2}+\log\frac{x+2}{x+3}+\log\frac{x+3}{x}$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ kaçtır?

($\log_a x+\log_a y+\log_a z=\log_a(x.y.z)$ olduğunu hatırlayınız)

A) 2loge B) loge C) $\frac{\log e}{2}$ D) $\frac{\log e}{3}$ E) $\frac{1}{\log e}$

soru 8

$f(x)=\ln(\sin x)$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

1 – A 2 – C 3 – A 4 – B 5 – B 6 – C 7 – A 8 – C



Logaritma Yardımı ile Türev

$y=f(x)^{g(x)}$ şeklindeki fonksiyonların türevi alınırken aşağıdaki adımlar izlenir.

1.adım: Her iki tarafın "e" tabanında logaritması yani ln'i alınır.

$y=f(x)^{g(x)}$ ise $\ln y=\ln f(x)^{g(x)}$ buradan $\ln y=g(x).\ln f(x)$

2.adım: Eşitliğin her iki tarafının türevi alınır.

$(\ln y)'=[g(x).\ln f(x)]'$ ise $\frac{y'}{y}=g'(x).\ln f(x)+\frac{f'(x)}{f(x)}.g(x)$

3.adım: Eşitliğin sol tarafındaki y ifadesi karşıya çarpım olarak atılır.

Sonuç: $y'=y.\left(g'(x).\ln f(x)+\frac{f'(x)}{f(x)}.g(x)\right)$

kavrama sorusu

$y=x^x$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

1.adım: Her iki tarafın ln' ini alalım.

$y=x^{3x+1}$ ise $\ln y=\ln x^x=x\ln x$

2.adım: Her iki tarafın türevini alalım.

$(\ln y)'=(x\ln x)'$ ise $\frac{y'}{y}=(x)'.\ln x+x.(\ln x)'=\ln x+1$

3.adım: y' yi sağ tarafa çarpım olarak atalım.

$y'=y.(\ln x+1)$ ise $y'=x^x.(\ln x+1)$

Cevap: $x^x.(\ln x+1)$

kavrama sorusu

$y=x^{3x+1}$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

1.adım: Her iki tarafın ln' ini alalım.

$y=x^{3x+1}$ ise $\ln y=\ln x^{3x+1}$ ve $\ln y=(3x+1).\ln x$

2.adım: Her iki tarafın türevini alalım.

$\frac{y'}{y}=3.\ln x+\frac{1}{x}.(3x+1)$

2.adım: y' yi sağ tarafa çarpım olarak atalım.

$y'=y.\left(3\ln x+\frac{3x+1}{x}\right)=x^{3x+1}.\left(3\ln x+\frac{3x+1}{x}\right)$

Cevap: $x^{3x+1}.\left(3\ln x+\frac{3x+1}{x}\right)$

kavrama sorusu

$y=x^{\sin x}$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

çözüm

$y=x^{\sin x}$ ise $\ln y=\ln x^{\sin x}=\sin x.\ln x$

$\frac{y'}{y}=\cos x.\ln x+\frac{1}{x}.\sin x$

$y'=y.\left(\cos x.\ln x+\frac{\sin x}{x}\right)=x^{\sin x}.\left(\cos x.\ln x+\frac{\sin x}{x}\right)$

Cevap: $x^{\sin x}.\left(\cos x.\ln x+\frac{\sin x}{x}\right)$



Sonuç

Bu örnekleri incelediğimizde, çözümlerin uzun ama her soruda aynı aşamaların olduğunu görebiliriz. Bu nedenle, bu bölümü en az üç kez olmak üzere yazarak çalışalım ve tekrar edelim.



soru 1

$f(x)=(x+1)^x$

olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}$

B) $x.\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}$

C) $(x+1).\left(\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}\right)$

D) $(x+1)^x.\left(\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}\right)$

E) $(x+1)^x.\left(x.\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}\right)$

soru 2

$y=x^{(x^2+1)}$

olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^{(x^2+1)}\left(2x.\ln x+\dfrac{x^2+1}{x}\right)$

B) $x^{(x^2+1)}\left(\ln x+\dfrac{x^2+1}{x}\right)$

C) $x^{(x^2+1)}\left(2x+\dfrac{\ln x}{x^2+1}\right)$

D) $x^{(x^2+1)}\left(\ln x-\dfrac{x^2+1}{x}\right)$

E) $x^{(x^2+1)}\left((x^2+1).\ln x-\dfrac{x1}{x^2+1}\right)$

soru 3

$y=(\sin x)^x$

olduğuna göre, y' aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\sin x)^x.(x.\ln\sin x+x)$

B) $(\sin x)^x.(\ln\sin x+x)$

C) $(\sin x)^x.(\ln\sin x+x.\cot x)$

D) $(\sin x)^x(\cot x.\ln x+x)$

E) $(\sin x)^x.(\ln\sin x+\cot x)$

soru 4

$f(x)=(\tan x)^x$

olduğuna göre, $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?

A) $\dfrac{\pi}{8}$ B) $\dfrac{\pi}{6}$ C) $\dfrac{\pi}{4}$ D) $\dfrac{\pi}{3}$ E) $\dfrac{\pi}{2}$

soru 5

$f(x)=(2x)^{x^2}$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) 2ln2e B) 2ln4e C) ln4e D) ln2e E) ln2

soru 6

$f(x)=\left(\sqrt{x-1}\right)^x$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 7

$f(x)=(e^x)^{\ln x}$

olduğuna göre, $f'(e)$ kaçtır?

A) e B) 2e C) e^2 D) e^e E) $2e^e$

soru 8

$f(x)=e^{x+2}.(x+2)^x$

olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

1 – D 2 – A 3 – C 4 – E 5 – B 6 – B 7 – E 8 – B



Kapalı Fonksiyonun Türevi

F(x,y)=0 biçimindeki fonksiyonlara kapalı fonksiyon denir. Örneğin, $x^2+2xy^3+y^2-5=0$ ifadesi bir kapalı fonksiyondur. Ayrıca $x^2+y=3xy$ gibi fonksiyonlarda $x^2+y-3xy=0$ biçimine getirilerek kapalı fonksiyon haline getirilir.

Kapalı fonksiyonların türevi,

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{F'_x}{F'_y}$$

F'_x : x e göre türev (x değişken, y sabit)

F'_y :y ye göre türev (y değişken, x sabit)

kavrama sorusu

$x^2+y^2-3x+5=0$

fonksiyonunun x e göre türevini, F'_x ifadesini bulunuz.

(x' e göre türevi alırken, x dışındakileri sabit sayı olarak alırız.)

çözüm

$F'_x=(x^2)'+(y^2)'-(3x)'+5$

$F'(x)=2x+0-3+0=2x-3$

x e göre türevde y sabit dolayısıyla türevi sıfır.

Cevap: 2x−3

kavrama sorusu

$x^2+3xy^2-4y+1=0$

fonksiyonunun x e göre türevi, F'_x ifadesini bulunuz.

çözüm

$F'_x=(x^2)'+(3x)'y^2-(4y)'+(1)'$

$F'_x=2x+3y^2-0+0=2x+3y^2$

Cevap: $2x+3y^2$

kavrama sorusu

$2x^2+3y^2+xy^2+1=0$

fonksiyonunun y ye göre türevi, F'_y ifadesini bulunuz.

(y' ye göre türevi alırken, y dışındakileri sabit sayı olarak alırız.)

çözüm

$F'_y=(2x^2)'+(3y^2)'+(xy^2)'+(1)'$

$F'_y=0+6y+2xy+0=6y+2xy$

y ye göre türevde x sabit dolayısıyla türevi sıfır.

Cevap: $2x+3y^2$

kavrama sorusu

$x^2+y^2+xy+5=0$

fonksiyonun türevini bulunuz.

çözüm

$F'_x=2x+y$ ve $F'_y=2y+x$ olur.

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{F'_x}{F'_y}=-\frac{2x+y}{2y+x}$$

Cevap: $-\dfrac{2x+y}{2y+x}$

kavrama sorusu

$\sin(5x+2y)+x^3+y^2=0$

fonksiyonun türevini bulunuz.

çözüm

$F'_x=(5x+2y)'.\cos(5x+2y)+(x^3)'+(y^2)'$

$F'_x=5.\cos(5x+2y)+3x^2+0=5.\cos(5x+2y)+3x^2$

$F'_y=(5x+2y)'.\cos(5x+2y)+(x^3)'+(y^2)'$

$F'_y=2.\cos(5x+2y)+0+2y=2\cos(5x+2y)+2y$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{F'_x}{F'_y}=-\frac{\cos(5x+2y).5+3x^2}{\cos(5x+2y).2+2y}$$



soru 1

$F(x,y)=x^2+y^2-4y+12=0$

olduğuna göre, F'_x aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^2 B) $2(x+y)$ C) $2x$ D) xy E) $x+y$

soru 2

$F(x,y)=x^3+y^3+3x-2y-5=0$

olduğuna göre, F'_y aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^2+3y^2$ B) $-y^3-2y$ C) $3y^2-2$ D) $3y^2-5$ E) $3(x^2-y^2)$

soru 3

$F(x,y)=x^2+y^2-16=0$

olduğuna göre, $F'(x,y)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-x$ B) $-y$ C) $-\frac{x}{y}$ D) $-\frac{y}{x}$ E) $x-y$

soru 4

$F(x,y)=2x^2+3y^3+xy=0$

olduğuna göre, $F'(x,y)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{4x+y}{9y^2+x}$ B) $-\frac{x+y}{y^2+x}$ C) $-\frac{2x+9}{3y^2+x}$ D) $-\frac{2x+2y}{x^2+y^2}$ E) $-\frac{x-y}{x^2+y^2}$

soru 5

$F(x,y)=\sqrt{x}+\sqrt{y}+xy=0$

olduğuna göre, $F'(4,1)$ kaçtır?

A) $-\frac{5}{18}$ B) $-\frac{2}{9}$ C) $-\frac{1}{6}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) -1

soru 6

$F(x,y)=x.\ln y+y.\ln x=0$

olduğuna göre, $F'(e,e)$ kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 7

$F(x,y)=\sin(xy)-\cos(xy)=0$

olduğuna göre, $F'(x,y)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{y}{x}$ B) $-\frac{x}{y}$ C) $-xy$ D) $-x$ E) $-y$

soru 8

$F(x,y)=\ln(x^2-y^2)=0$

olduğuna göre, $F'(x,y)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x^2+y^2}$ B) $\frac{1}{x}$ C) $\frac{1}{y}$ D) $\frac{x}{y}$ E) $\frac{y}{x}$

1 – C 2 – C 3 – C 4 – A 5 – A 6 – B 7 – A 8 – D



Türevde Zincir Kuralı

y=f(t), t=g(v) ve v=h(x) biçiminde verilmiş parametrik fonksiyonlarda $\frac{dy}{dx}$ i bulmak için

$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}.\frac{dt}{dv}.\frac{dv}{dx}$ kuralı uygulanır. $\left(\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{\cancel{dt}}.\frac{\cancel{dt}}{\cancel{dv}}.\frac{\cancel{dv}}{dx}\right.$ olduğunu görebiliriz.$\left.\right)$

kavrama sorusu

$u=2v^2+4v-1$

olduğuna göre, $\frac{du}{dv}$ ifadesini bulunuz.

çözüm

$\frac{du}{dv}$, u nun v ye göre türevi anlamına geldiğine göre,

$\frac{du}{dv}=4v+4$

Cevap: 4v+4

kavrama sorusu

$y=2t^2+1$

$t=3x-1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesini bulunuz.

$\left(\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{dy}{dt}.\frac{dt}{dx}\right.$ olduğunu görebiliriz.$\left.\right)$

çözüm

($\frac{dy}{dt}$:y nin t'ye göre türevi, $\frac{dt}{dx}$: t nin x'e göre türevidir.

$\frac{dy}{dt}=4t \quad \frac{dt}{dx}=3$

$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}.\frac{dt}{dx}=4t.3=12t$

Cevap: 12t

kavrama sorusu

$x=a^2-2a+3$

$a=t^2-2t$

olduğuna göre, $\frac{dx}{dt}$ ifadesini bulunuz.

çözüm

$\frac{dx}{da}=2a-2 \quad \frac{da}{dt}=2t-2$

$\frac{dx}{dt}=\frac{dx}{da}.\frac{da}{dt}=(2a-2).(2t-2)$

Cevap: (2a−2)(2t−2)

kavrama sorusu

$y=v^2-v+1$

$v=2x^2-3$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin x=2 için değerini bulunuz.

çözüm

$\frac{dy}{dv}=2v-1$ ve $\frac{dv}{dx}=4x$

$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dv}.\frac{dv}{dx}=(2v-1).4x$

x=2 için $v=2.2^2-3=5$ bulunarak bu değerler türev ifadesinde yazılırsa,

$\frac{dy}{dx}=(2v-1).4x=(2.5-1).4.2=72$

Cevap: 72

kavrama sorusu

$y=t^3+2t-1$

$t=2v+3$

$v=x^2-x+5$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesini bulunuz.

çözüm

$\frac{dy}{dt}=3t^2+2$, $\frac{dt}{dv}=2$ ve $\frac{dv}{dx}=2x-1$

$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}.\frac{dt}{dv}.\frac{dv}{dx}=(3t^2+2).2.(2x-1)$

Cevap: $(3t^2+2).2.(2x-1)$



soru 1

$x=y^3-2y^2+1$

olduğuna göre, $\dfrac{dx}{dy}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) y^2-4y B) $3y^2-2y$ C) $3y^2-4y$

D) $3y^2-4y+1$ E) y^2-4y+1

soru 2

$y=2t^4+t$
$t=x^2+x$

olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(8t^3+1).(2x+1)$ B) $(2t^4+t).(x+1)$ C) $(8t^3+1).(x^2+x)$

D) $(8t^3).(2x+1)$ E) $(2t^3+1).(2x+1)$

soru 3

$y=5x^2+3$
$x=2t+1$

olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dt}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5x B) 10x C) 20x D) 10xt E) 20xt

soru 4

$y=\sin t$
$t=x^3-x$

olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos t.x^2$ B) $(3x^2-1).\sin t$ C) $(x^3-x).\cos t$

D) $\cos t.(3x^2-1)$ E) $6x.\cos t$

soru 5

$u=x^2-x$
$y=u^3+1$

olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin x=–1 için değeri kaçtır?

A) –48 B) –36 C) –18 D) –9 E) –4

soru 6

$y=t^2+5t$
$t=3x^2+2$

olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin x=–1 için değeri kaçtır?

A) – 3 B) – 6 C) – 9 D) – 27 E) – 90

soru 7

$y=3e^t$
$t=\ln x$

olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ ifadesinin x=1 için değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 8

$y=(x^2+1)^2$
$x=t^3+t^2-1$
$t=u+1$

olduğuna göre, $\dfrac{dy}{du}$ ifadesinin u=0 için değeri kaçtır?

A) 80 B) 40 C) 30 D) 20 E) 10

1 – C 2 – A 3 – C 4 – D 5 – B 6 – E 7 – B 8 – B



Parametrik Fonksiyonların Türevi

y=f(x) fonksiyonunda, x ve y başka bir parametre (değişken) yardımı ile ifade ediliyor ise y=f(x) fonksiyonuna parametrik fonksiyon denir. Örneğin, $x=t^2+1$ ve $y=t^3-2t$ gibi

Parametrik fonksiyonun türevi,

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$ şeklinde hesaplanır. (t yerine uygun başka harf yazılabilir.)

kavrama sorusu

$x=t^3-2t+1$

$y=t^2+5$

olduğuna göre, $\frac{dx}{dt}$ ve $\frac{dy}{dt}$ ifadelerini bulunuz.

çözüm

$x=t^3-2t+1$ ise $\frac{dx}{dt}=3t^2-2$ (x 'in t 'ye göre türevi)

$y=t^2+5$ ise $\frac{dy}{dt}=2t$ (y 'nin t 'ye göre türevi)

kavrama sorusu

$x=t^2+5t-1$

$y=\sin t$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesini bulunuz.

çözüm

$x=t^2+5t-1$ ise $\frac{dx}{dt}=2t+5$ (x 'ın t 'ye göre türevi)

$y=\sin t$ ise $\frac{dy}{dt}=\cos t$ (y 'nin t 'ye göre türevi)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{\cos t}{2t+5}$$

Cevap: $\frac{\cos t}{2t+5}$

kavrama sorusu

$x=a^2+2a+3$

$y=a^3+4a-1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin a=1 için değerini bulunuz.

çözüm

$x=a^2+2a+3$ ise $\frac{dx}{da}=2a+2$ (x 'ın a 'ya göre türevi)

$y=a^3+4a-1$ ise $\frac{dy}{da}=3a^2+4$ (y 'nin a 'ya göre türevi)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{da}}{\frac{dx}{da}}=\frac{3a^2+4}{2a+2}$$

Yukarıdaki ifadede a yerine 1 yazılırsa, $\frac{3.1^2+4}{2.1+2}=\frac{7}{4}$

Cevap: $\frac{7}{4}$

kavrama sorusu

$x=e^t+t$

$y=\ln t+2$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin t=1 için değerini bulunuz.

çözüm

$x=e^t+t$ ise $\frac{dx}{dt}=e^t+1$ (x 'ın t 'ye göre türevi)

$y=\ln t+2$ ise $\frac{dy}{dt}=\frac{1}{t}$ (y 'nin t 'ye göre türevi)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{\frac{1}{t}}{e^t+1}$$

Yukarıdaki ifadede t yerine 1 yazılırsa, $\frac{1}{e+1}$

Cevap: $\frac{1}{e+1}$



soru 1

$x = 3t - 1$

$y = t^2 + 1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{t}{2}$ B) $\frac{t}{3}$ C) $\frac{2t}{3}$ D) $\frac{4t}{3}$ E) $\frac{5t}{3}$

soru 2

$x = u^2 + 2u$

$y = u^3 - 1$

olduğuna göre, $\frac{dx}{dy}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2u+2}{3u^2}$ B) $\frac{2u+1}{u^2}$ C) $\frac{u^2}{2u+1}$

D) $\frac{u^2}{2u+2}$ E) $\frac{u^2}{u+1}$

soru 3

$x = 2t^2 + 1$

$y = 3t^2 - 1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin t=–27 için değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

soru 4

$x = \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2}$

$y = \frac{t^5}{5} - \frac{t^4}{4}$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ in $t = \sqrt{3}$ için değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

soru 5

$x = \ln t$

$y = \ln(t^2 + t)$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin t=1 için değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

soru 6

$x = \sin\theta + 1$

$y = \cos\theta - 1$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $\theta = \frac{\pi}{4}$ için değeri kaçtır?

A) –1 B) 1 C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

soru 7

$x = e^{3t} - t$

$y = e^t + t$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin t=0 için değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

soru 8

$x = \cos^2\alpha - \alpha$

$y = \sin^2\alpha + \alpha$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin $\alpha = \frac{\pi}{12}$ için değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\sqrt{3}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) 1 E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

1 – C 2 – A 3 – B 4 – E 5 – C 6 – A 7 – D 8 – A



Yüksek Dereceden Türevler (Ardışık Türevler)

y=f(x) fonksiyonunun n.dereceden türevi $\dfrac{d^n y}{dx^n}$ veya $f^{(n)}(x)$ ile gösterilir.

y=f(x) fonksiyonunun 1. türevi : $\dfrac{dy}{dx}$ veya $f'(x)$ veya y'

2. türevi : $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ veya $f''(x)$ veya y''

3. türevi : $\dfrac{d^3y}{dx^3}$ veya $f'''(x)$ veya y'''

4. türevi : $\dfrac{d^4y}{dx^4}$ veya $f^{(4)}(x)$ veya $y^{(4)}$

⋮

n. türevi : $\dfrac{d^ny}{dx^n}$ veya $f^{(n)}(x)$ veya $y^{(n)}$ ile gösterilir.

Yüksek dereceden türev sorularında genelde bir döngü (periyod) yakalayarak türevi almaya çalışırız. Bunun için döngü buluna-na kadar türev alırız.

kavrama sorusu

$f(x)=x^3+3x^2-2x+1$

fonksiyonunun üçüncü türevi $f'''(x)$ i bulunuz.

çözüm

$f'(x)=3x^2+6x-2$ (1. türev)

$f''(x)=6x+6$ (2. türev)

$f'''(x)=6$ (3. türev)

Cevap: 6

kavrama sorusu

$f(x)=x^3+ax^2+b$ ve $f''(1)=2$

olduğuna göre, a kaçtır?

çözüm

$f'(x)=3x^2+2ax$

$f''(x)=6x+2a$ (2. türevinde x=1 değeri yerine yazılırsa)

$f''(1)=6+2a=2$

$a=-2$ bulunur.

Cevap: −2

kavrama sorusu

$f(x)=e^{3x}$

fonksiyonunun dördüncü türevi $f^{(4)}(x)$ i bulunuz.

çözüm

$f'(x)=(3x)'.e^{3x}=3.e^{3x}$

$f''(x)=3.(3x)'.e^{3x}=3.3.e^{3x}=3^2.e^{3x}$

$f'''(x)=3^2.(3x)'.e^{3x}=3^2.3.e^{3x}=3^3.e^{3x}$

$f^{(4)}(x)=3^3.(3x)'.e^{3x}$

$=3^3.3.e^{3x}=3^4.e^{3x}=81.e^{3x}$ olur.

Cevap: $81.e^{3x}$

kavrama sorusu

$f(x)=\sin x$

fonksiyonunun 23.mertebeden türevi $f^{(23)}(x)$ i bulunuz.

çözüm

$f'(x)=\cos x$

$f''(x)=-\sin x$

$f'''(x)=-\cos x$

$f^{(4)}(x)=\sin x$

$f^{(5)}(x)=\cos x$

f(x) fonksiyonunun 5.türevi ile 1.türevi aynı. Bu nedenle, her 4 ifadede bir aynı sonuçlar çıkar. (Döngü yakalandı tekrar türev almaya gerek yoktur.)

23 sayısının 4'e bölümünden kalan 3 olduğu için

$f^{(23)}(x)=f^{(3)}(x)$ olur.

$f^{(23)}(x)=f'''(x)=-\cos x$

Cevap: −cosx



soru 1

$f(x)=x^2+7x-3$

olduğuna göre, $f''(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^2 B) $2x$ C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

soru 2

$f(x)=x^4+2x^3+x+10$

olduğuna göre, $f'''(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $12x^2+18$ B) $12x^2+24$ C) $24x+18$ D) $24x+12$ E) $24x^2+18x$

soru 3

$f(x)=x^3-2x^2+5$

olduğuna göre, $f''(1)$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 4

$f(x)=(x-10)^4+5x^2+1$

olduğuna göre, $f'''(11)$ kaçtır?

A) 10 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

soru 5

$f(x)=(x+1)^3+(x-1)^4$

olduğuna göre, $f'(1)+f''(-1)$ kaçtır?

A) 60 B) 64 C) 68 D) 72 E) 76

soru 6

$f(x)=ax^2+bx+c$ ve $f(1)=3$, $f'(1)=3$, $f''(1)=2$

olmak üzere, a.b.c kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 7

$f(x)=e^{kx}$ ve $f^{(5)}(x)=32e^{kx}$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 32

soru 8

$f(x)=\sin x$

olduğuna göre, $f^{(42)}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) cosx B) –cosx C) sinx D) –sinx E) 0

1 – C 2 – D 3 – B 4 – E 5 – A 6 – A 7 – B 8 – D



kavrama sorusu

$f(x)=e^{3x+1}$

olduğuna göre, $f^{(20)}(0)$ kaçtır?

çözüm

$f^{I}(x)=e^{3x+1}.3$

$f^{II}(x)=e^{3x+1}.3.3=e^{3x+1}.3^2$

$f^{III}(x)=e^{3x+1}.3.3.3=e^{3x+1}.3^3$

$\vdots$

$f^{(20)}(x)=e^{3x+1}.3^{20}$

$f^{(20)}(0)=e^1.3^{20}$

(3'ün kuvveti ile türevinin derecesinin aynı olduğuna dikkat ediniz.)

Cevap: $3^{20}.e$

kavrama sorusu

$f(x)=x^{10}$

olduğuna göre, $f^{(10)}(x)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

çözüm

$f^{I}(x)=10x^9$

$f^{II}(x)=10.9.x^8$

$f^{III}(x)=10.9.8.x^7$

$\vdots$

$f^{(10)}(x)=10.9.8. ...1.x^0$

$f^{(10)}(x)=10!$

Cevap: 10!

kavrama sorusu

$f(x)=\frac{1}{x}$

olduğuna göre, $f^{(40)}(x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$f(x)=\frac{1}{x}=x^{-1}$

$f^{I}(x)=-1.x^{-2}$

$f^{II}(x)=-1.-2.x^{-3}$

$f^{III}(x)=-1.-2.-3.x^{-4}$

(x'in kuvveti, türevinin derecesi ve başa gelen sayıların çarpımı arasındaki ilişkiye) dikkat ediniz.)

$\vdots$

$f^{(40)}(x)=-1.-2.-3. ...-40.x^{-41}$

$f^{(40)}(x)=40!.x^{-41}$

Cevap: $\frac{40!}{x^{41}}$

kavrama sorusu

$y=\ln x$

olduğuna göre, $\frac{d^{40}y}{dx^{40}}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$y^{I}=\frac{dy}{dx}=\frac{1}{x}=x^{-1}$

$y^{II}=\frac{d^2y}{dx^2}=-1.x^{-2}$

$y^{III}=\frac{d^3y}{dx^3}=-1.-2.x^{-3}$

(x'in kuvveti, türevinin derecesi ve başa gelen sayıların çarpımları arasındaki ilişkiye dikkat ediniz.)

$\vdots$

$y^{(40)}=\frac{d^{40}y}{dx^{40}}=-1.-2. ... .-39.x^{-40}$

Cevap: $-\frac{39!}{x^{40}}$



soru 1

$f(x)=\frac{x^{20}}{20!}$

olduğuna göre, $f^{(20)}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 10 D) 10! E) 20!

soru 2

$f(x)=\ln x$

olduğuna göre, $f^{(10)}(1)$ kaçtır?

A) $-10!$ B) $-9!$ C) $10!$ D) $\frac{10!}{2}$ E) $11!$

soru 3

$y=e^{5x+1}$

olduğuna göre, $\frac{d^{10}y}{dx^{10}}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5^{10} B) e^{5x+1} C) $5e^{5x+1}$ D) $5^{10}.e^{5x+1}$ E) $5!.e^{5x+1}$

soru 4

$f(x)=\ln(2x+1)$

olduğuna göre, $f^{(12)}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2^{12}}{(2x+1)^{11}}$ B) $\frac{11!}{(2x+1)^{11}}$ C) $\frac{-12!}{(2x+1)^{12}}$ D) $\frac{2^{12}.12!}{(2x+1)^{12}}$ E) $\frac{-2^{12}.11!}{(2x+1)^{12}}$

soru 5

$f(x)=\sin 3x$

olduğuna göre, $f^{(22)}\left(\frac{\pi}{2}\right)$ kaçtır?

A) 3^{22} B) 3^{11} C) -3^{11} D) -3^{22} E) -3^{24}

soru 6

$f(x)=\frac{1}{3x}$

olduğuna göre, $f^{(15)}\left(\frac{1}{3}\right)$ kaçtır?

A) $-(15!).3^{15}$ B) $-(15!).3^{14}$ C) $-(14!).3^{14}$ D) $15!.3^{14}$ E) $14!.3^{13}$

soru 7

$f(x)=\cos^2x-\sin^2x$

olduğuna göre, $f^{(13)}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) $2^{13}.\cos 2x$ D) $2^{13}.\sin 2x$ E) $-2^{13}.\sin 2x$

soru 8

$f(x)=e^x+e^{-x}$

olduğuna göre, $f^{(50)}(0)$ kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) e^{25} E) e^{50}

1 – A 2 – B 3 – D 4 – E 5 – A 6 – A 7 – E 8 – C



TÜREV UYGULAMALARI

Türevin limite uygulanması (L' Hospital kuralı)

Bir fonksiyonun herhangi bir noktasında limitini alırken $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizlikleri ile karşılaşılabilir. Bu durumda belirsizlikleri kaldıracak işlemler yapılır. Bunlardan biri de L' Hospital kuralıdır. $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{0}{0}$ veya $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\infty}{\infty}$ ise $\lim\limits_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$ limitine bakılır. Bu kural sadece $\frac{0}{0}$ ve $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliklerinde uygulanabilir.

L' Hospital kuralı uygulandıktan sonra yine belirsizlikle karşılaşılırsa, L' Hospital işlemi belirsizlik kalkana kadar uygulanabilir.

kavrama sorusu

$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$ **limitinin değeri kaçtır?**

çözüm

$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır. L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x^2-4)'}{(x-2)'}=\lim_{x\to 2}\frac{2x}{1}=\lim_{x\to 2}2x=2\cdot 2=4$$

Cevap: 4

kavrama sorusu

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x^2-5x+6}$ **limitinin değeri kaçtır?**

çözüm

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x^2-5x+6}=\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır. L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x\to 3}\frac{(x^3-27)'}{(x^2-5x+6)'}=\lim_{x\to 3}\frac{3x^2}{2x-5}=\frac{3.3^2}{2.3-5}=27$$

Cevap: 27

kavrama sorusu

$\lim\limits_{x\to y}\frac{x^4-y^4}{x^3-y^3}$ **limitinin değerini bulunuz.**

($\lim\limits_{x\to y}$ ifadesinde x' in değişken, y' nin ise yakınsadığı sabit olduğuna dikkat ediniz)

çözüm

$\lim\limits_{x\to y}\frac{x^4-y^4}{x^3-y^3}=\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır. L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x\to y}\frac{(x^4-y^4)'}{(x^3-y^3)'}=\lim_{x\to y}\frac{4x^3-0}{3x^2-0}=\frac{4.y^3}{3y^2}=\frac{4}{3}y$$

(x' e göre türev alındığı için y' ler sabit gibi düşünülür.)

Cevap: $\frac{4}{3}y$

kavrama sorusu

$\lim\limits_{a\to x}\frac{x^3-a^3}{a^2-x^2}$ **limitinin değerini bulunuz.**

($\lim\limits_{a\to x}$ ifadesinde a'nın değişken, x'in ise yakınsadığı sabit olduğuna dikkat ediniz.)

çözüm

$\lim\limits_{a\to x}\frac{x^3-a^3}{a^2-x^2}=\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır. L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{a\to x}\frac{(x^3-a^3)'}{(a^2-x^2)'}=\lim_{a\to x}\frac{0-3a^2}{2a-0}=\frac{-3x^2}{2x}=\frac{-3}{2}x$$

(a' ya göre türev alındığı için x' ler sabit gibi düşünülür.)

Cevap: $\frac{-3}{2}x$



soru 1

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 2

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^4-16}{x^3-8}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{32}{3}$

soru 3

$$\lim_{x \to -2} \frac{2x^2-8}{6-5x-x^4}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{27}{8}$ B) $-\frac{8}{27}$ C) 0 D) $\frac{8}{27}$ E) $\frac{27}{8}$

soru 4

$$\lim_{x \to y} \frac{x^2-2xy+y^2}{x^3-y^3}$$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2x B) –2y C) –2 D) 0 E) 2

soru 5

$$\lim_{y \to x} \frac{y^2+xy-2x^2}{x^2-y^2}$$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{-3}{2}$ B) $\frac{-3y}{2}$ C) 0 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{3x}{2}$

soru 6

a ve b reel sayı

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3-ax^2+b}{x-2}=8$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

soru 7

$$\lim_{x \to 2} \frac{e^{x-1}-e}{2-x}$$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-e^2$ B) –e C) 0 D) e E) e^2

soru 8

$$\lim_{x \to e} \frac{\ln x-1}{x-e}$$

limitinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{-1}{e}$ B) 0 C) $\frac{1}{e}$ D) 1 E) e

1 – C 2 – C 3 – B 4 – D 5 – A 6 – E 7 – B 8 – C



kavrama sorusu

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{x^2+4}$ limitinin değeri kaçtır?

çözüm

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{x^2+4} = \dfrac{0}{8} = 0$ (Belirsizlik yok, bu yüzden L' Hospital uygulanmaz.)

L' Hospital kuralını belirsizlik olmayan durumda uygularsanız yanlış cevap bulursunuz.

Cevap: 0

kavrama sorusu

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin x+\cos 2x}{\sin x-\cos 2x}$ limitinin değeri kaçtır?

$\left(\sin\dfrac{\pi}{2}=1, \cos\pi=-1\right)$

çözüm

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin x+\cos 2x}{\sin x-\cos 2x} = \dfrac{1+(-1)}{1-(-1)} = 0$ (Belirsizlik yok, bu yüzden L' Hospital uygulanmaz.)

Cevap: 0

kavrama sorusu

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$ limitinin değeri kaçtır?

çözüm

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \dfrac{0}{0}$ belirsizliği var, L' Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{x+4}-2)'}{(x)'} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+4}}-0}{1} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{2\sqrt{x+4}}$$

$$= \frac{1}{2.\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$$

Cevap: $\frac{1}{4}$

kavrama sorusu

$\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{e^{2x}}{x^2+4}$ limitinin eşitini bulunuz.

Uyarı

Belirsizlik sürdüğü sürece kural tekrar tekrar uygulanabilir.

çözüm

$\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{e^{2x}}{x^2+4} = \dfrac{\infty}{\infty}$ belirsizliği var, L' Hospital uygulanırsa

$\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{(e^{2x})'}{(x^2+4)'} = \lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{e^{2x}.\cancel{2}}{\cancel{2}x} = \dfrac{\infty}{\infty}$ tekrar L' Hospital uygulanırsa

$\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{(e^{2x})'}{(x)'} = \lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{e^{2x}.2}{1} = \lim\limits_{x\to \infty} e^{2x} = \infty$

Cevap: ∞



soru 1

$$\lim_{x \to 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x} - 4}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 2

$$\lim_{x \to e} \frac{\ln\left(\frac{1}{x}\right) - 1}{\ln x + 1}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4

soru 3

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

soru 4

$$\lim_{x \to 8} \frac{\sqrt{x} \quad 2}{\sqrt{x} \quad 2\sqrt{2}}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

soru 5

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) ∞

soru 6

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 3x}{5x^2 + 7}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{7}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

soru 7

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x + 1}{x^3 - 1}$$

limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) e E) ∞

soru 8

$$\lim_{x \to \infty} \frac{ax^3 + bx + c}{dx^3 + e} = 2 \text{ ve } a + d = 12$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

1 – C 2 – A 3 – E 4 – A 5 – E 6 – D 7 – A 8 – E



Türevin Polinomlara Uygulanması

P(x) polinomu $(x-a)^n$ ile tam bölünüyor ise $P(a)=P'(a)=P''(a)=\ldots\ldots=P^{(n-1)}(a)=0$ dır.

Örneğin, $P(x)=(x-1)^3$ ve $P(1)=0$ dır.

$P'(x)=3(x-1)^2$ ve $P'(1)=0$ dır.

$P''(x)=6.(x-1)$ ve $P''(1)=0$ dır.

$P'''(x)=6$ olduğundan $P(1)\neq 0$ olur.

kavrama sorusu

$P(x)=x^3+ax+b$ polinomu $(x-1)^2$ ile tam bölünüyor ise b kaçtır?

çözüm

P(x), $(x-1)^2$ ile tam bölünüyor ise $P(1)=0$ ve $P'(1)=0$
$P(1)=1+a+b=0$
$P'(x)=3x^2+a$ ve $P'(1)=3+a=0$
denklemleri yardımı ile $a=-3$ ve $b=2$ bulunur.

Cevap: 2

kavrama sorusu

$P(x)=ax^3+12x+b$ polinomu $(x+1)^2$ ile tam bölünüyor ise b kaçtır?

çözüm

P(x), $(x+1)^2$ ile tam bölünüyor ise $P(-1)=0$ ve $P'(-1)=0$
$P(-1)=-a-12+b=0$
$P'(x)=3ax^2+12$ ve $P'(-1)=3a+12=0$
denklemleri yardımı ile $a=-4$ ve $b=8$ bulunur.

Cevap: 8

kavrama sorusu

$P(x)=x^4+bx^3+cx^2+dx+e$ polinomu için $P(2)=P'(2)=P''(2)=P'''(2)=0$ olduğuna göre P(1) kaçtır?

çözüm

$P(1)=P'(1)=P''(1)=P'''(1)=0$ eşitlikleri P(x) in $(x-2)^4$ ile tam bölündüğünü gösterir. Başkatsayı 1 olan 4. dereceden P(x) polinomu, $P(x)=(x-2)^4$ olduğu için $P(1)=1$ olur.

Cevap: 1

kavrama sorusu

$(x-2).P(x)=x^3-5x+2$ olduğuna göre, P(2) kaçtır?

çözüm

Her iki tarafın türevi alınır ise
$1.P(x)+P'(x).(x-2)=3x^2-5$
$x=2$ için $P(2)+0=3.2^2-5$
$P(2)=7$

$[(x-2).P(x)]'=(x^3-5x+2)'$
(Çarpımın türevine dikkat ediniz.)

Cevap: 7

kavrama sorusu

$(x-1)P(x)=x^3-ax+2$ olduğuna göre, P(1) kaçtır?

çözüm

Eşitliğin sol tarafını sıfırlayıp a' yı bulmak için ifadede $x=1$ yazılır.
$x=1$ için $0=1-a+2$ ise $a=3$
$(x-1)P(x)=x^3-3x+2$
Her iki tarafın türevi alınır ise
$1.P(x)+P'(x)(x-1)=3x^2-3$
$x=1$ için $P(1)+0=3.1-3$
$P(1)=0$

(Eşitliğin sol tarafında çarpım türevi alındığına dikkat ediniz.)

Cevap: 0



soru 1

$P(x)=(x-1)^4$ olduğuna göre $P'''(1)$ kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 2

$P(x)=(x+n)^5$ polinomu $(x-2)^3$ ile tam bölünebildiğine göre, $P''(2)$ kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

soru 3

$P(x)=x^2-mx+n$ polinomu $(x-1)^2$ ile tam bölünebildiğine göre, m+n toplamı kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

soru 4

$P(x)=-x^3+ax^2+bx$ polinomu x^2-6x+9 ile tam bölünebildiğine göre, $\frac{b}{a}$ oranı kaçtır? ($x^2-6x+9=(x-3)^2$ dir.)

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) – 3 D) – 4 E) – 5

soru 5

$P(x)=x^4+ax^3+bx^2+c$ polinomu $(x+1)^3$ ile tam bölünebildiğine göre, 3a–b ifadesinin değeri kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

soru 6

$P(x)=x^3+x^2+bx+c$ polinomu için, $P(0)=7$ ve $P'(0)=3$ olduğuna göre, $P(1)$ kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

soru 7

$x.P(x)=x^2-2x+m$ olduğuna göre, $P(0)$ kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

soru 8

$(x^2-4).P(x)=x^3+x^2-4x-4$ olduğuna göre, $P(-2)$ kaçtır?

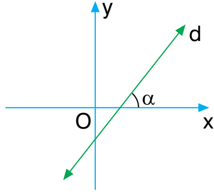
A) 4 B) 2 C) 0 D) –2 E) –4

1 – A 2 – B 3 – E 4 – B 5 – A 6 – D 7 – B 8 – A



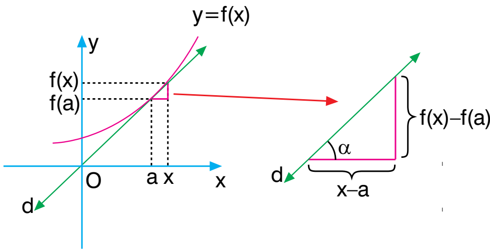
Türevin Geometrik Anlamı

Bir doğrunun eğimi dik koordinat sisteminde X ekseni ile yaptığı pozitif yönlü açının tanjantıdır.



Örneğin, şekilde verilen d doğrusunun eğimi: $m_d = \tan\alpha$ dır.

Bir eğriye bir noktada teğet olan doğrunun eğimi de aynı mantıkla bulunabilir.



Doğrunun eğriye teğet olduğu a noktasında oluşan küçük üçgenden $\tan\alpha = \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ dır. $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'(a)$ olduğunu türev tanımından biliyoruz. Bu durumda, bir eğriye a gibi bir noktada teğet olan doğrunun eğimi, fonksiyonun a noktasındaki türevine eşittir diyebiliriz.

$m_{Teğet} = f'(a)$

kavrama sorusu

$f(x) = x^2 + 1$

eğrisine üzerindeki x=1 apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi kaçtır?

çözüm

Fonksiyonun x=1 noktasındaki teğetinin eğimi x=1 noktasındaki türevine eşittir. Buna göre,

$f'(x) = (x^2+1)' = 2x$ ise $m_{Teğet} = f'(1) = 2.1 = 2$

Cevap: 2

kavrama sorusu

$f(x) = x^2 + 5x$

eğrisine üzerindeki x=2 apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi kaçtır?

çözüm

$m_{Teğet} = f'(2)$ dir. Buna göre,

$f'(x) = (x^2+5x)' = 2x+5$ ise $m_{Teğet} = f'(2) = 2.2+5 = 9$

Cevap: 9

kavrama sorusu

$f(x) = x^2 – 3x$

eğrisine üzerindeki apsisi a olan noktadan çizilen teğetin eğimi 1 olduğuna göre, a kaçtır?

çözüm

$m_{Teğet} = f'(a) = 1$

$f'(x) = (x^2–3x)' = 2x–3$ ise $m_{Teğet} = f'(a) = 2a–3 = 1$

Buradan a=2 dir.

Cevap: 2

kavrama sorusu

$f(x) = x^2 + ax$

eğrisine üzerindeki x=1 apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi 4 olduğuna göre, a kaçtır?

çözüm

$f'(x) = (x^2+ax)' = 2x+a$

$f'(1) = m_{Teğet}$ olduğundan

$f'(1) = 2.1 + a = 4$ ise $a = 2$ dir.

Cevap: 2



soru 1

$f(x)=x^2+4$

eğrisine üzerindeki x=2 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 2

$f(x)=x^2+3x+1$

eğrisine üzerindeki x=1 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 3

$f(x)=x^3+2x^2+5$

eğrisine x=–1 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 2 E) 2

soru 4

$f(x)=x^3–x^2+x+1$

eğrisine x=2 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

soru 5

$f(x)=x^2+5x$

eğrisine üzerindeki hangi apsisli noktadan çizilen teğetinin eğimi 7 dir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 6

$f(x)=2x^2–4x–3$

eğrisine üzerindeki hangi apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi –8 dir?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

soru 7

$f(x)=x^2+kx+5$

eğrisine üzerindeki x=–1 apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi 1 olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 8

$f(x)=x^3+ax^2+1$

eğrisine üzerindeki x=2 apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi 4 olduğuna göre, a kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

1 – B 2 – E 3 – B 4 – D 5 – D 6 – A 7 – C 8 – A



$y=mx+n$ doğru denklemindeki "m" doğrunun eğimini belirtmektedir. Teğetin eğimi olan $m_{Teğet}$ i türev alarak bulmayı öğrendik. Teğetin eğriye değdiği noktanın koordinatlarını $y=mx+n$ denkleminde yerine yazarak teğetin denklemini de bulabiliriz.

kavrama sorusu

$f(x)=3x^2+5x-3$

eğrisine üzerindeki x=1 apsisli noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

Teğet denklemini bulurken, aşağıdaki adımları izleyin.

1. adım: Teğetin eğimini bulun.
2. adım: Teğetin eğriye değdiği noktanın koordinatlarını bulun.
3. adım: Eğim ve değme noktasının koordinatlarını $y=mx+n$ doğrusunda yerine yazarak teğetin denklemini bulun.

çözüm

1. adım: Teğetin eğimini bulalım.

$f'(x)=(3x^2+5x-3)'=6x+5$

$x=1$ için $f'(1)=6.1+5=11$ ise $m_{Teğet}=11$

2. adım: Teğetin eğriye değdiği noktanın koordinatlarını bulun.

$x=1$ için $f(1)=3.(1)^2+5.1-3=5$ ise teğetin değme noktası $(1,f(1))=(1,5)$

3. adım: Eğim ve değme noktasının koordinatlarını $y=mx+n$ doğrusunda yerine yazarak teğetin denklemini bulalım.

$y=mx+n$ doğru denkleminde (1,5) ve $m_{Teğet}=11$ yerlerine yazıldığında,

$y=mx+n$ ise $5=11.1+n$ $n=-6$ bulunur.

Teğetimizin denklemi, $y=11x-6$

Cevap: y=11x–6

kavrama sorusu

$f(x)=x^3-x^2$

eğrisine üzerindeki x=2 apsisli noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

çözüm

1. adım: Teğetin eğimini bulalım.

$f'(x)=(x^3-x^2)'=3x^2-2x$

$x=2$ için $f'(2)=3.2^2-2.2=8$ ise $m_{Teğet}=8$

2. adım: Teğetin eğriye değdiği noktayı bulalım.

$x=2$ için $f(2)=2^3-2^2=4$, nokta (2,4) bulunur.

3. adım: Eğim ve değme noktasının koordinatlarını $y=mx+n$ doğrusunda yerine yazarak teğetin denklemini bulalım.

$y=mx+n$ denkleminde y, x ve m değerleri yazılarak n bulunur.

$y=mx+n$ ise $4=8.2+n \Rightarrow n=-12$ dir. Teğet doğrumuzun denklemi $y=8x-12$ bulunur.

Cevap: y=8x–12

kavrama sorusu

$f(x)=x^2+x$

eğrisine üzerindeki apsisi k olan noktadan çizilen teğetin denklemi y=3x–1 olduğuna göre k kaçtır?

(Teğetin eğiminin $m_{Teğet}=f'(k)$ olduğuna dikkat ediniz.)

çözüm

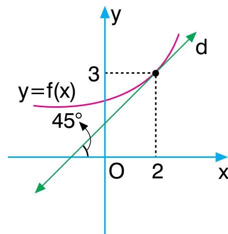
Teğetimizin denklemi $y=3x-1$ ise eğimi $m_{Teğet}=3$ tür.

$m_{Teğet}=f'(k)$

$f'(x)=(x^2+x)'=2x+1$ ve $f'(k)=2k+1=3$ ise $k=1$

Cevap: 1

kavrama sorusu



Yukarıda grafiği verilen y=f(x) eğrisine x=2 noktasında teğet olan d doğrusunun denklemini bulunuz.

çözüm

Teğet doğrumuz olan d doğrusunun eğimini x ekseniyle yaptığı açının tanjantını alarak da bulabiliriz.

$\tan 45°=1=m_{Teğet}$ bulunur. Teğet noktasının koordinatları (2,3) tür.

$y=mx+n$ ise

$3=1.2+n$ ve $n=1$

Buna göre, teğetin denklemi $y=x+1$

Cevap: y=x+1



soru 1

$f(x)=x^2-2x+5$

eğrisi üzerindeki x=2 apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) y=x+4 B) y=3x–1 C) y=–2x+9 D) y=2x–1 E) y=2x+1

soru 2

$f(x)=x^2+6x$

eğrisi üzerindeki x=1 apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) y=8x–1 B) y=8x C) y=8x+1 D) y=4x+3 E) y=4x+4

soru 3

$f(x)=x^3+x-1$

eğrisi üzerindeki x=2 apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) y=11x+13 B) y=13x–11 C) y=13x–17 D) y=17x–13 E) y=17x+13

soru 4

$f(x)=2x^3+1$

eğrisi üzerindeki x=–1 apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) y=5x+6 B) y=6x C) y=6x+5 D) y=6x+6 E) y=4x+3

soru 5

$y=-x^2+2x$

eğrisine üzerindeki x=m apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi y=x+1 olduğuna göre, m kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

soru 6

$y=x^3+10$

eğrisine üzerindeki x=k apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi y=27x+n olduğuna göre k nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) –3 B) –1 C) 0 D) 2 E) 3

soru 7

$y=x^2-\sqrt{3}x$

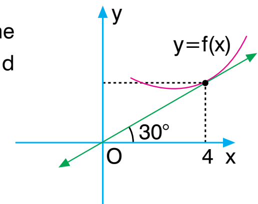
eğrisine üzerindeki x=a apsisli noktasından çizilen teğetin X ekseni ile yaptığı açı 60° olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 0 E) –1

soru 8

Yanda grafiği verilen y=f(x) eğrisine x=4 apsisli noktada teğet olan d doğrusu verilmiştir.

Buna göre, f'(4) kaçtır?



A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

1 – E 2 – A 3 – C 4 – C 5 – A 6 – C 7 – A 8 – B



Eğrinin denklemi $y=e^x$, $y=\sin x$, $y=\ln x$, $y=\arctan x$ gibi üstel, trigonometrik veya logaritmik de olsa üzerindeki herhangi bir a noktasından çizilen teğetin eğimi ve denklemi aynı yöntemlerle bulunur.

kavrama sorusu

$f(x)=e^x$ eğrisine üzerindeki x=1 apsisli noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

çözüm

1. adım: Teğetin eğimini bulalım.

$f'(x)=(e^x)'=e^x$ x=1 için $f'(1)=e$ ise $m_{Teğet}=e$

2. adım: Teğetin eğriye değdiği noktayı bulalım.

x=1 için f(1)=e ise noktamızın koordinatları (1,e)

3. adım: Eğim ve değme noktasının koordinatlarını y=mx+n doğrusunda yerine yazarak teğetin denklemini bulalım.

y=mx+n ise e=e.1+n ve n=0

Teğet denklemi, y=e.x bulunur.

Cevap: y=e.x

kavrama sorusu

$f(x)=\sin x$ eğrisine üzerindeki $x=\pi$ apsisli noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

çözüm

1. adım: Teğetin eğimini bulalım.

$f'(x)=(\sin x)'=\cos x$ $x=\pi$ için $f'(\pi)=\cos\pi=-1$ ise $m_{Teğet}=-1$

2. adım: Teğetin eğriye değdiği noktayı bulalım.

$x=\pi$ için $f(\pi)=\sin\pi=0$ ise teğetin değme noktası $(\pi,0)$

3. adım: Eğim ve değme noktasının koordinatlarını y=mx+n doğrusunda yerine yazarak teğetin denklemini bulalım.

$0=-1.\pi+n$ ise $n=\pi$ Teğet denklemi; $y=-x+\pi$

Cevap: $y=-x+\pi$

kavrama sorusu

$f(x)=\ln x$ eğrisine üzerindeki x=e noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

çözüm

1. adım: Teğetin eğimini bulalım.

$f'(x)=(\ln x)'=\frac{1}{x}$ x=e için $f'(e)=\frac{1}{e}$ ise $m_{Teğet}=\frac{1}{e}$

2. adım: Teğetin eğriye değdiği noktayı bulalım.

x=e için $f(e)=\ln e=1$ ise teğetin değme noktası (e,1)

3. adım: Eğim ve değme noktasının koordinatlarını y=mx+n doğrusunda yerine yazarak teğetin denklemini bulalım.

Bu değerler y=mx+n denkleminde yerine konulduğunda

$1=\frac{1}{e}.e+n$ ise n=0 Teğet denklemi; $y=\frac{x}{e}$

Cevap: $y=\frac{x}{e}$

kavrama sorusu

$f(x)=\arctan x$ eğrisine üzerindeki x=1 apsisli noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

çözüm

1. adım: Teğetin eğimini bulalım.

Teğetin eğimini bulmak için x=1 deki türevini buluruz,

$$f'(x)=(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}$$

$x=1$ için $f'(1)=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$ ise $m_{Teğet}=\frac{1}{2}$

2. adım: Teğetin eğriye değdiği noktayı bulalım.

x=1 için $f(1)=\arctan 1=\frac{\pi}{4}$ ise teğetin değme noktası $\left(1,\frac{\pi}{4}\right)$

3. adım: Eğim ve değme noktasının koordinatlarını y=mx+n doğrusunda yerine yazarak teğetin denklemini bulalım.

Bu değerler y=mx+n denkleminde yerine konulduğunda,

$\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}\cdot 1+n$ ise $n=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$ Teğetin denklemi; $y=\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$

Cevap: $y=\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$



soru 1

$y=e^{2x}$ eğrisine üzerindeki x=0 apsisli noktasından çizilen teğetinin eğimi kaçtır?

A) 1 B) 2 C) e D) 2e E) e^2

soru 2

$y=3^x$ eğrisine üzerindeki x=1 apsisli noktasından çizilen teğetinin eğimi kaçtır?

A) 3 B) 3^2 C) $3.\log_3 e$ D) 3.ln3 E) 3^2.ln3

soru 3

$y=\ln(x^2-1)$ eğrisine üzerindeki x=2 apsisli noktasından çizilen teğetinin eğimi kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

soru 4

y=tanx eğrisine üzerindeki $x=\frac{\pi}{3}$ apsisli noktasından çizilen teğetinin eğimi kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{2}$

soru 5

$f(x)=e^{x^2-1}$ eğrisinin üzerindeki x=1 apsisli noktasından çizilen teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) y=6x–5 B) y=6x+5 C) y=2x D) y=2x–1 E) y=2x+1

soru 6

y=ln(2x+1) eğrisinin üzerindeki x=0 apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) y=x+2 B) y=x–2 C) y=2x D) y=2x+1 E) y=2x+4

soru 7

y=sinx–cosx eğrisine üzerindeki $x=\frac{\pi}{4}$ apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) y=2x–1 B) y=2x C) $y=\sqrt{2}x$ D) $y=\sqrt{2}x+\sqrt{2}$ E) $y=\sqrt{2}x-\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$

soru 8

f(x)=cotx eğrisine üzerindeki $x=\frac{\pi}{6}$ apsisli noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=-2x+\frac{\sqrt{3}\pi}{4}$ B) $y=-4x$ C) $y=-4x+3\sqrt{3}$ D) $y=-4x+\frac{3\sqrt{3}+2\pi}{3}$ E) $y=-4x+2\pi$

1 – B 2 – D 3 – B 4 – A 5 – D 6 – C 7 – E 8 – D



Kapalı ve parametrik fonksiyonların teğet eğimleri ve denklemleri bulunurken sadece bu fonksiyonların türev alma kurallarına dikkat edilmelidir. Teğet eğimi ve denklemi daha önce öğrendiğiniz yöntemler uygulanarak bulunur.

kavrama sorusu

$(x+2)^2+(y-1)^2=5$

eğrisine (0,2) noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

çözüm

Kapalı fonksiyon türevi uygulanır ise,

$\frac{dy}{dx}=-\frac{F'x}{F'y}=-\frac{\not{2}(x+2)}{\not{2}(y-1)}=-\frac{x+2}{y-1}$ dir. (0,2) değerleri türevde yerine yazıldığında $m_{Teğet}=-\frac{x+2}{y-1}=-\frac{0+2}{2-1}=-2$

Cevap: –2

kavrama sorusu

$x^2+xy^2-3y+1=0$

eğrisine (1,1) noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

(Kapalı fonksiyonlarda da teğet denklemini yazarken daha önce öğrendiğimiz adımları kullandığımıza dikkat ediniz.)

çözüm

Kapalı fonksiyon türevi uygulanır ise,

$\frac{dy}{dx}=-\frac{F'x}{F'y}=-\frac{2x+y^2}{2xy-3}$

(1,1) noktasını türevde yazarsak

$m_{Teğet}=-\frac{2x+y^2}{2xy-3}=-\frac{2+1}{2-3}=3$

$y=3x+n$ ifadesinde (1,1) noktasını yazalım

$1=3.1+n$ ise $n=-2$ ve $y=3x-2$

Cevap: y=3x–2

kavrama sorusu

$x=4t-1$

$y=t^2+3$

y=f(x) fonksiyonuna t=1 için çizilen teğetin eğimi kaçtır?

çözüm

Parametrik fonksiyonun türevi uygulanır ise,

$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{(t \quad 3)'}{(4t \quad 1)'}=\frac{2t}{4}=\frac{t}{2}$

t=1 değeri fonksiyonun türevinde yazılır ise $m_{Teğet}=\frac{1}{2}$

Cevap: $\frac{1}{2}$

kavrama sorusu

$x=\sin 2\theta$

$y=\cos\theta$

y=f(x) fonksiyonuna $\theta=\frac{\pi}{6}$ için çizilen teğetin eğimi kaçtır?

çözüm

Parametrik fonksiyon türevi uygulanır ise,

$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=\frac{(\cos\theta)'}{(\sin 2\theta)'}=\frac{-\sin\theta}{2\cos 2\theta}$

$\theta=\frac{\pi}{6}$ değeri fonksiyonun türevinde yazılır ise

$m_{Teğet}=\frac{-\sin\frac{\pi}{6}}{2\cos\frac{\pi}{3}}=\frac{-\frac{1}{2}}{\not{2}.\frac{1}{\not{2}}}=-\frac{1}{2}$

Cevap: $-\frac{1}{2}$



soru 1

$x^2+2y^2-3=0$

eğrisine (1,1) noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) $-\frac{1}{2}$ D) -1 E) $-\frac{3}{2}$

soru 2

$x^2+y^2-2x-1=0$

eğrisine (2,1) noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 3

$x^2+y^2-2=0$

eğrisine (1,1) noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=-x+2$ B) $y=-x$ C) $y=2x-1$ D) $y=x+1$ E) $y=x-1$

soru 4

$x^2+y^2-2xy+3y-1=0$

eğrisine (1,0) noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=x-1$ B) $y=-x+1$ C) $y=-2x+1$ D) $y=-x+3$ E) $y=-2x+2$

soru 5

$x=t+2$
$y=t^2+3t-1$

y=f(x) fonksiyonuna t=2 için çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

soru 6

$x=3t^2-2$
$y=t^3+2t$

y=f(x) fonksiyonuna t=1 için çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) $-\frac{5}{6}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

soru 7

$x=t^3-t+1$
$y=2t^2+1$

y=f(x) fonksiyonunun t=1 için çizilen teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x-y+1=0$ B) $x-y-1=0$ C) $x-y-2=0$ D) $x+y-2=0$ E) $-x-y+3=0$

soru 8

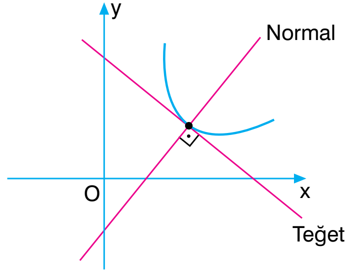
$x=\sin\theta$
$y=\cos2\theta$

y=f(x) fonksiyonuna $\theta=\pi$ için çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

1 – C 2 – B 3 – A 4 – E 5 – D 6 – E 7 – A 8 – C

Normal Denklemi



Herhangi bir d doğrusuna bir noktada dik olan başka bir doğruya d doğrusunun normali denir. Teğet doğrumuzun normali de, teğet olunan noktada teğete dik olan doğrudur. Dik doğruların eğimleri çarpımı –1 olduğundan $m_{Teğet} \cdot m_{Normal} = -1$ dir. Bu eşitlikten faydalanarak önce teğetin eğimini ardından normalin eğimini bulabiliriz.

Normalin denklemi de aynı teğet denkleminde olduğu gibi bulunan değerler y=mx+n doğru denkleminde yerine konularak yazılır.

kavrama sorusu

$f'(2)=5$

olduğuna göre, y=f(x) fonksiyonuna x=2 apsisli noktasından çizilen normalin eğimi kaçtır?

çözüm

$m_{Teğet}=f'(2)=5$ dir.

$m_{Teğet} \cdot m_{Normal}=-1$ ise $5.m_{Normal}=-1$

ve $m_{Normal}=-\frac{1}{5}$ bulunur.

Cevap: $-\frac{1}{5}$

kavrama sorusu

$f(x)=x^3-2x+5$

eğrisine, x=2 apsisli noktasından çizilen normalin eğimi kaçtır?

çözüm

$f'(x)=3x^2-2$ ise $m_{Teğet}=f'(2)=3.2^2-2=10$

$m_{Teğet}=10$ ise $m_{Teğet} \cdot m_{Normal}=-1$ den $m_{Normal}=-\frac{1}{10}$

Cevap: $-\frac{1}{10}$

kavrama sorusu

$f(x)=x^2-4x+1$

eğrisine, x=1 apsisli noktasından çizilen normalin denklemini bulunuz.

Normal denklemini yazarken de teğette olduğu gibi, aşağıdaki adımları izlemelisiniz.

1. adım: Normalin eğimini bulun.
2. adım: Normalin teğeti dik kestiği (eğriyi kestiği) noktanın koordinatlarını bulun.
3. adım: Bulduklarınızı y=mx+n denkleminde yerine koyarak, normalin denklemini yazın.

çözüm

1. adım: Normalin eğimini bulalım.

$f'(x)=2x-4$ ise $m_{Teğet}=f'(1)=-2$

$m_{Teğet}=-2$ ise $m_{Teğet} \cdot m_{Normal}=-1$ den $m_{Normal}=\frac{1}{2}$

2. adım: Normalin teğeti dik kestiği (eğriyi kestiği) noktanın koordinatlarını bulalım.

$f(1)=1-4+1=-2$ dolayısıyla nokta (1,–2)

3. adım: Bulduklarınızı y=mx+n denkleminde yerine koyarak, normalin denklemini yazalım.

$y=\frac{1}{2}x+n$ ifadesinde (1,–2) noktası yazılırsa,

$-2=\frac{1}{2} \cdot 1+n$ ve $n=-\frac{5}{2}$

Normalin denklemi $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$

Cevap: $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$

kavrama sorusu

$f(x)=x^2+4x-1$

eğrisine üzerindeki hangi noktasından çizilen normalin eğimi $-\frac{1}{8}$ olur?

çözüm

$m_{Normal}=-\frac{1}{8}$ ise $m_{Teğet}=8$ olur.

$f'(x)=2x+4=8$ eşitliği ile x=2 bulunabilir.

$f(2)=2^2+4.2-1=11$ olduğu için nokta (2,11) olarak bulunur.

Cevap: (2,11)



soru 1

y=f(x) fonksiyonuna x=1 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi $\frac{1}{3}$ olduğuna göre aynı noktadan çizilen normalin eğimi kaçtır?

A) – 3 B) – 1 C) $-\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) 3

soru 2

y=f(x) fonksiyonuna x=2 apsisli noktasından çizilen normalin eğimi 4 olduğuna göre aynı noktadan çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) – 4 B) – 1 C) $-\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 4

soru 3

$f(x)=x^3+4x-1$

eğrisine, x=–1 apsisli noktasından çizilen normalin eğimi kaçtır?

A) – 7 B) $-\frac{1}{7}$ C) – 1 D) $\frac{1}{7}$ E) 7

soru 4

$f(x)=x^3+\frac{1}{x}$

eğrisine, x=1 apsisli noktasından çizilen normalin eğimi aşağıdaki aralıklardan hangisindedir?

A) (–2,–1) B) (–1,0) C) (0,1) D) (1,2) E) (2,3)

soru 5

$f(x)=x^3-2x+4$

eğrisine x=1 apsisli noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) y=–x+1 B) y=–x+4 C) y=x+2 D) y=x+4 E) y=3

soru 6

$f(x)=x^2-3x+1$

eğrisine x=0 apsisli noktasından çizilen normalin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=-\frac{1}{3}x+1$ B) y=–3x–1 C) y=–3x+1 D) $y=\frac{1}{3}x+1$ E) $y=\frac{1}{3}x-1$

soru 7

$f(x)=x^2-4x-1$

eğrisine hangi noktasından çizilen normalin eğimi — olur?

A) (0,–1) B) (–1,4) C) (1,–4) D) (2,–5) E) (3,–4)

soru 8

$f(x)=ax^3-4x+1$

eğrisine x=2 apsisli noktasından çizilen normali, $y=-\frac{1}{8}x+1$ doğrusuna paralel olduğuna göre, a kaçtır?

A) –3 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

1 – A 2 – C 3 – B 4 – B 5 – C 6 – D 7 – E 8 – D

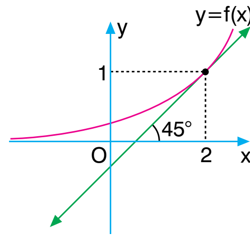


Türevin geometrik anlamından, eğriye bir noktada teğet olan doğrunun eğiminin doğrunun x ekseni ile yaptığı pozitif yönlü açının tanjantının alınarak da bulunabileceğini biliyoruz. Dolayısıyla eğriye bir a noktasında teğet olan doğrunun eğimi $f'(a)=\tan\alpha$ dır.

kavrama sorusu

Yanda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve (2,1) noktasından çizilen teğeti verilmiştir.

Buna göre, f'(2) kaçtır?



çözüm

$m_{Teğet}=f'(2)$ dir.

Teğetin pozitif yönde x ekseni ile yaptığı açı 45° olduğu için,

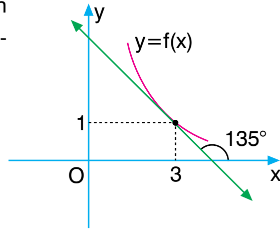
$m_{Teğet}=f'(2)=\tan45°=1$

Cevap: 1

kavrama sorusu

Yanda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve (3,1) noktasından çizilen teğeti verilmiştir.

Buna göre, f'(3) kaçtır?



çözüm

Teğetin pozitif yönde x ekseni ile yaptığı açı 135° olduğu için,

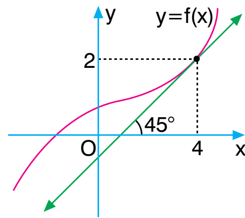
$m_{Teğet}=f'(3)=\tan135°=-1$

Cevap: –1

kavrama sorusu

Yanda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve (4,2) noktasından çizilen teğeti verilmiştir.

$g(x)=x.f(x)$ olduğuna göre, g'(4) kaçtır?



çözüm

Grafikten elde edeceğimiz iki tane bilgi var.

$f(4)=2$ ve $m_{Teğet}=f'(4)=\tan45°=1$

Çarpımın türevinden,

$g'(x)=x'.f(x)+f'(x).x=f(x)+f'(x).x$

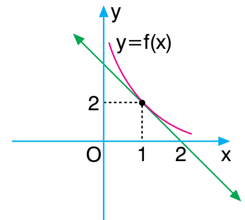
$g'(4)=\underbrace{f(4)}_{2}+\underbrace{f'(4)}_{1}.4=2+1.4=6$

Cevap: 6

kavrama sorusu

Yanda $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve (1,2) noktasından çizilen teğeti verilmiştir.

$g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ olduğuna göre g'(1) kaçtır?



çözüm

Grafikten elde edeceğimiz iki tane bilgi var.

$f(1)=2$ ile Teğet (1,2) ve (2,0) noktalarından geçtiği için teğetin eğimi $m_{Teğet}=f'(1)=\tan\alpha=\dfrac{0-2}{2-1}=-2$

Bölümün türevinden $g'(x)=\dfrac{f'(x).x-x'.f(x)}{x^2}=\dfrac{f'(x).x-1.f(x)}{x^2}$

$g'(1)=\dfrac{f'(1).1-1.f(1)}{1^2}=\dfrac{-2.1-1.2}{1}=-4$

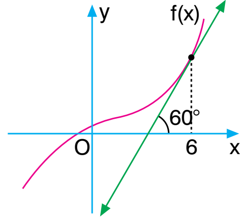
Cevap: –4



soru 1

Şekilde f(x) fonksiyonu ve bu fonksiyona x=6 apsisli noktada teğet olan d doğrusu verilmiştir.

Buna göre f'(6) kaçtır?



A) 0 B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

soru 2

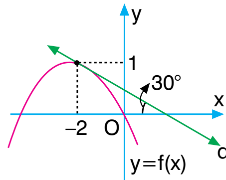
y=f(x) fonksiyonuna x=2 apsisli noktasından çizilen teğetin x ekseni ile yaptığı dar açı 30° olduğuna göre f'(2) kaç olabilir? $\left(\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

A) –2 B) –1 C) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) 0 E) 1

soru 3

Şekilde y=f(x) fonksiyonu ve bu fonksiyona x=–2 apsisli noktasında teğet olan d doğrusu verilmiştir.

Buna göre, f'(–2) kaçtır?

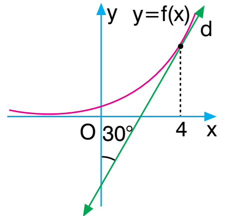


A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) 0 C) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) –1

soru 4

Şekilde y=f(x) fonksiyonu ve bu fonksiyona x=4 apsisli noktada teğet olan d doğrusu verilmiştir.

Buna göre, f'(4) kaçtır?

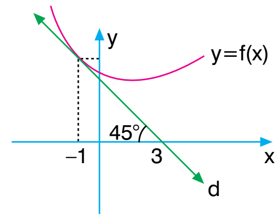


A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) 0 D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$

soru 5

Şekilde y=f(x) eğrisi ve x=–1 apsisli noktasındaki teğeti verilmiştir.

$g(x)=\frac{f(x)}{x}$ olduğuna göre, g'(–1) kaçtır?

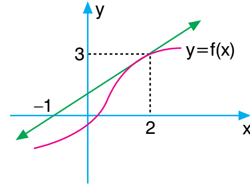


A) –3 B) –1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 6

Şekilde y=f(x) eğrisi ve x=2 apsisli noktasındaki teğeti verilmiştir.

$h(x)=x^2.f(x)$ olduğuna göre, h'(2) kaçtır?

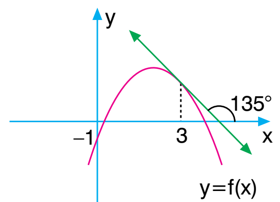


A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

soru 7

Yukarıda y=f(x) parabolü ve x=3 apsisli noktasındaki teğeti verilmiştir.

$f(x)=ax^2+bx+c$ olduğuna göre, 6a+b–c ifadesinin sonucu kaçtır?

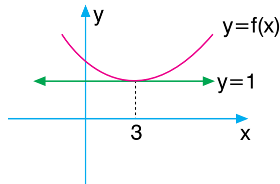


A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 8

Şekilde y=f(x) eğrisi ve x=3 apsisli noktasındaki teğeti olan y=1 doğrusu verilmiştir.

$f(x)=x^2–ax+b$ olduğuna göre, a kaçtır?

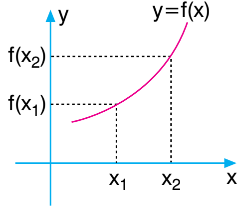


A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

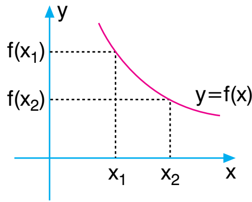
1 – D 2 – C 3 – C 4 – E 5 – A 6 – A 7 – C 8 – D



Artan ve Azalan Fonksiyonlar



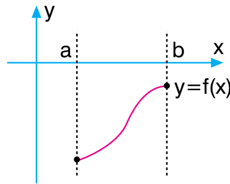
Yandaki şekilde görüldüğü gibi artan x değerlerine karşılık fonksiyonun aldığı değerler de artıyorsa fonksiyon artandır.



Yandaki şekilde görüldüğü gibi artan x değerlerine karşılık fonksiyonun aldığı değerler azalıyorsa fonksiyon azalandır.

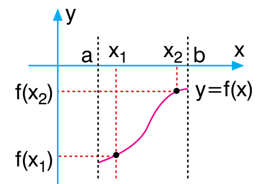
kavrama sorusu

Yanda [a,b] aralığında grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun artan veya azalanlığını araştırınız.



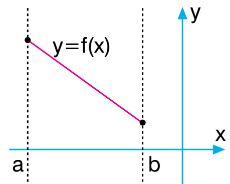
çözüm

Grafikte görüldüğü gibi artan x değerlerine karşılık f(x) değerleri de arttığı için f(x) artan fonksiyondur.



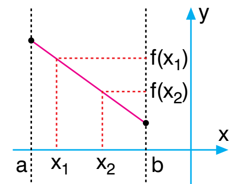
kavrama sorusu

Yanda [a,b] aralığında grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun artan veya azalanlığını araştırınız.

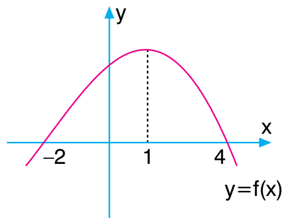


çözüm

Grafikte görüldüğü gibi artan x değerlerine karşılık f(x) değerleri azaldığından f(x) azalan fonksiyondur.

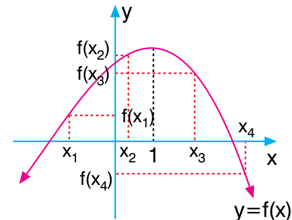


kavrama sorusu



Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

çözüm



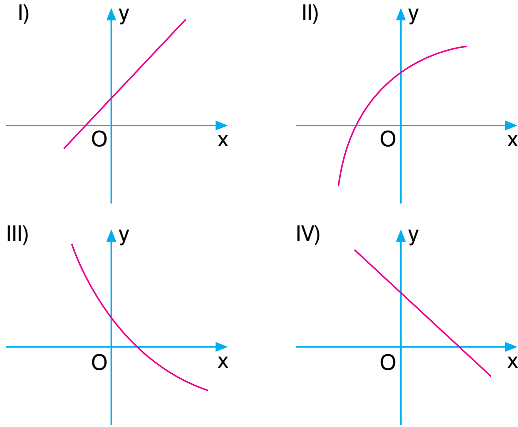
Grafikte görüldüğü gibi x=1 noktasına kadar x in artan değerlerine karşılık f(x) değerleri de artmaktadır. Ancak x=1 den sonra x değerleri artmasına rağmen f(x) değerleri azalmaktadır.

$(-\infty,1)$ aralığında f(x) artan,

$(1,\infty)$ aralığında f(x) azalandır.



soru 1

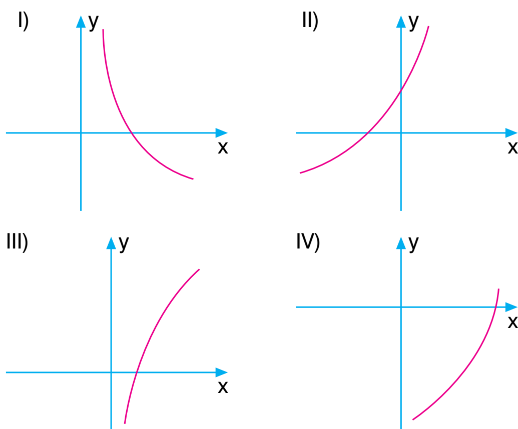


Yukarıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangileri artandır?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) I, II ve III E) I, III ve IV

soru 2

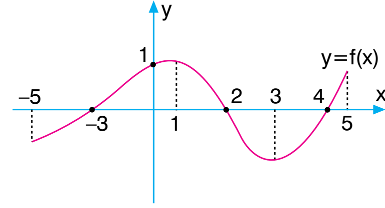


Yukarıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangileri azalandır?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız IV

D) I ve IV E) II ve IV

soru 3



Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) [–5,1] aralığında artandır.

B) [1,3] aralığında azalandır.

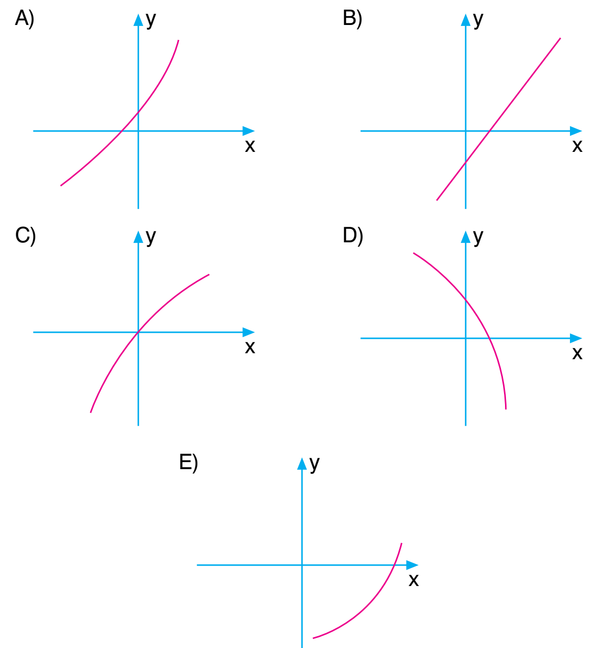
C) [4,5] aralığında artandır.

D) f(–4)<f(–1) dir.

E) $f\left(\frac{3}{2}\right)<f\left(\frac{5}{2}\right)$ dir.

soru 8

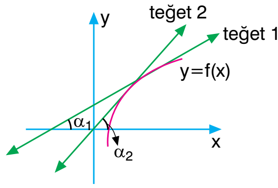
a ve b reel sayılar olmak üzere, a<b ise f(a)>f(b) şartını sağlayan y=f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?





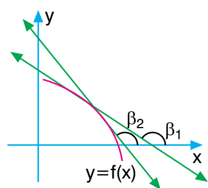
Artan - Azalan Fonksiyonlar

1.



Yanda, artan y=f(x) fonksiyonunun grafiğine çizilen teğetlerin x ekseni ile yaptığı α_1 ve α_2 açılarının dar açı olduğu görülmektedir. Dar açıların tanjant değerleri pozitif olduğundan $\tan\alpha_{1,2}>0$ yani $f'(x)=\tan\alpha>0$ dır.

2.



Yanda, azalan y=f(x) fonksiyonunun grafiğine çizilen teğetlerin x ekseni ile yaptığı β_1 ve β_2 açılarının geniş açı olduğu görülmektedir. Geniş açıların tanjant değerleri negatif olduğundan $\tan\beta<0$ yani $f'(x)=\tan\beta<0$ dır.

Bu durumda;
y=f(x) fonksiyonu için $f'(x)>0$ şartını sağlayan sayı aralıklarında f(x) artan,
$f'(x)<0$ şartını sağlayan sayı aralıklarında f(x) azalandır.
Bu nedenle, I. türevin işaret incelemesi, fonksiyonun artan ve azalan olduğu aralıkları bulmamızı sağlar.
Artan olduğu aralıkta ↗ azalan olduğu aralıkta ↘ çizerek fonksiyonu daha sağlıklı inceleyebiliriz.

kavrama sorusu

$f(x)=x^2-4x+3$

fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

çözüm

Fonksiyonun türevinin işaret incelemesini yapalım.

$f'(x)=2x-4$ ve $2x-4=0$ ise $x=2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f'(x)	–	0	+
f(x)	↘		↗

$(-\infty,2)$ aralığında f'(x) negatif değerler aldığı için f(x) azalan,
$(2,\infty)$ aralığında ise f'(x) pozitif değerler aldığı için f(x) artandır.

kavrama sorusu

$f(x)=3x+2$

fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralığı bulunuz.

çözüm

$f'(x)=3>0$ Türev fonksiyonu daima pozitif olduğu için
f(x) tüm sayılar için artandır.

Cevap: R

kavrama sorusu

$f(x)=x^2-8x+1$

fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralığı bulunuz.

çözüm

$f'(x)=2x-8$ ve $2x-8=0$ ise $x=4$

x	$-\infty$	4	$+\infty$
f'(x)	–	0	+
	↘		↗

Türevin negatif olduğu aralık $(-\infty,4)$ olduğundan
f(x), $(-\infty,4)$ aralığında azalandır.

Cevap: $(-\infty,4)$

kavrama sorusu

$f(x)=x^3-3x^2+1$

fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralığı bulunuz.

çözüm

$f'(x)=3x^2-6x$ ve $3x^2-6x=0$ ise $x_1=0$ $x_2=2$

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$
f'(x)	+	0	–	0	+
	↗		↘		↗

Türevin negatif olduğu aralık (0,2) olduğundan
f(x), (0,2) aralığında azalandır.

Cevap: (0,2)



soru 1

$f(x) = -3x + 1$

fonksiyonunun artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) R B) $(-\infty, 0)$ C) $(0, \infty)$ D) $R - \{0\}$ E) $\varnothing$

soru 2

$f(x) = x^2 - 8x + 3$

fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 8)$ B) $(8, \infty)$ C) $(-\infty, 4)$ D) $(4, \infty)$ E) $(0, \infty)$

soru 3

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 7$$

fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-1, 2)$ B) $(-\infty, -1)$ C) $(2, +\infty)$ D) $(1, 2)$ E) $(-2, 1)$

soru 4

$f(x) = -x^3 - 2x^2 - x + 10$

fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -\frac{1}{3})$ B) $(1, \infty)$ C) $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$

D) $\left(-1, -\frac{1}{3}\right)$ E) $\left(-\frac{1}{3}, \infty\right)$

soru 5

Aşağıdaki x değerlerinden hangisi $f(x) = x^2 - 2x + 7$ fonksiyonunun artan olduğu aralıkta olamaz?

A) 9 B) 7 C) 3 D) 2 E) −1

soru 6

Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi $f(x) = x^2 - 6x + 2$ ile aynı bölgede azalandır?

A) $f(x) = x^2 - 2x + 4$

B) $f(x) = x^2 + 4x + 5$

C) $f(x) = 2x^2 - 2x + 6$

D) $f(x) = 2x^2 - 4x + 7$

E) $f(x) = 2x^2 - 12x + 10$

soru 7

Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin azalan olduğu en geniş aralık $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$ tür?

A) $f(x) = x^2 - 2x + 3$

B) $f(x) = x^2 - 5x + 1$

C) $f(x) = 2x^2 - x + 5$

D) $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$

E) $f(x) = 4x^2 - x - 7$

soru 8

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 6x + 1$$

$$g(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 4x - 3$$

olmak üzere, f(x) ve g(x) fonksiyonlarının her ikisinin de azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -3)$ B) $(1, 2)$ C) $(2, \infty)$ D) $(2, 4)$ E) $(-3, 4)$

1 – E 2 – C 3 – A 4 – D 5 – E 6 – E 7 – C 8 – B



kavrama sorusu

$f(x)=x.\ln x$

fonksiyonunun artan olduğu <u>en geniş</u> aralığı bulunuz.

(Fonksiyonun artan olduğu aralıkta $f'(x)>0$ olduğuna dikkat ediniz.)

çözüm

Türev ifadesinin pozitif olduğu aralığı bulmalıyız.

Çarpımın türevinden $f'(x)=(x)'.\ln x+(\ln x)'.x=\ln x+1$

$\ln x+1>0$ eşitsizliği çözülürse

$\ln x>-1$ ve $x>\frac{1}{e}$ bulunur.

Cevap: $\left(\frac{1}{e},\infty\right)$

kavrama sorusu

$f(x)=xe^x$

fonksiyonunun azalan olduğu <u>en geniş</u> aralığı bulunuz.

(Fonksiyonun azalan olduğu aralıkta $f'(x)<0$ olduğuna dikkat ediniz.)

çözüm

Türev ifadesinin negatif olduğu aralığı bulmalıyız.

Çarpımın türevinden $f'(x)=(x)'.e^x+(e^x)'.x=e^x+e^x.x$

$(e^x+e^x.x)=e^x.(1+x)<0$ eşitsizliği çözülürse

x	$-\infty$		-1	
f'(x)		−	o	+
f(x)		↘		↗

Cevap: $(-\infty,-1)$

kavrama sorusu

$f(x)=x^2+ax+1$

fonksiyonu $(1,\infty)$ aralığında artan olduğuna göre a kaçtır?

çözüm

Artan olduğu aralıkta türev pozitif olmalıdır.

$f'(x)=2x+a>0$ ise $x>-\frac{a}{2}$

Buna göre $-\frac{a}{2}=1$ olmalıdır.

$-\frac{a}{2}=1$ ise $a=-2$

Cevap: −2

kavrama sorusu

$f'(x)=x^2-5x-6$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun artan olduğu <u>en geniş</u> aralığı bulunuz.

çözüm

Türev fonksiyonu verildiği için işaret incelemesi yaparız.

$x^2-5x-6=0 \Rightarrow (x+1).(x-6)=0$ denkleminden $x=6$ ve $x=-1$

x	$-\infty$		-1		6		$+\infty$
f'(x)		+	o	−	o	+	
f(x)		↗		↘		↗	

Türevin pozitif olduğu aralıklar $(-\infty,-1)$ ve $(6,\infty)$ olarak bulunur.

Cevap: $(-\infty,-1)\cup(6,\infty)$

kavrama sorusu

$f'(x)=\frac{x.(x-1)}{4-x}$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun azalan olduğu <u>en geniş</u> aralığı bulunuz.

çözüm

Türev fonksiyonu verildiği için işaret incelemesi yapılır

$\frac{x.(x-1)}{4-x}=0$ eşitliğinden $x=0$, $x=1$ ve $x=4$ bulunur.

x	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
f'(x)		+	o	−	o	+	o	−	
f(x)		↗		↘		↗		↘	

Türevin negatif olduğu aralıklar $(0,1)$ ve $(4,\infty)$ olarak bulunur.

Cevap: $(0,1)\cup(4,\infty)$



soru 1

$f(x)=e^{8x-x^2}$

fonksiyonunun artan olduğu <u>en geniş</u> aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty,0)$ B) $(0,\infty)$ C) $(-\infty,4)$ D) $(4,\infty)$ E) $(1,\infty)$

soru 2

$f(x)=\ln(x^2+4x)$

fonksiyonun artan olduğu aralıklardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(0,\infty)$ B) $(-\infty,0)$ C) $(-\infty,-2)$ D) $(-2,\infty)$ E) $(-2,0)$

soru 3

$f(x)=x^2.e^x$

fonksiyonunun azalan olduğu <u>en geniş</u> aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty,0)$ B) $(-\infty,2)$ C) $(-2,0)$ D) $(2,\infty)$ E) $(0,2)$

soru 4

$f(x)=\ln(x^2-x)$

fonksiyonunun artan olduğu aralıklardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty,-2)$ B) $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$ C) $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$

D) $\left(\frac{1}{8},1\right)$ E) $(1,\infty)$

soru 5

$f(x)=-x^2-mx+1$

fonksiyonu $(-3,\infty)$ aralığında azalan olduğuna göre m kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

soru 6

$f'(x)=x^2.(1-x)$

olduğuna göre, f(x) in azalan olduğu <u>en geniş</u> aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(0,1)$ B) $(1,\infty)$ C) $(-\infty,1)$ D) $(-\infty,0)$ E) $(-\infty,-1)$

soru 7

$f'(x)=\frac{x-1}{x-2}$

olduğuna göre, f(x) in azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty,1)$ B) $(-\infty,2)$ C) $(1,\infty)$ D) $(1,2)$ E) $(2,\infty)$

soru 8

$f'(x)=\frac{x^2+1}{x-1}$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty,1)$ B) $(-1,1)$ C) $(3,\infty)$ D) $(1,3)$ E) $(1,\infty)$

1 – C 2 – A 3 – C 4 – E 5 – A 6 – B 7 – D 8 – E



Yerel Maksimum ve Yerel Minimum (Ekstremum) Değerler

Fonksiyonun yerel maksimum ve yerel minimum değerleri, fonksiyonun belli aralıklarda aldığı en büyük ve en küçük değerlerdir. Bu değerler fonksiyonun artarken azalmaya başladığı veya azalırken artmaya başladığı noktalarda oluşur.
f(x) fonksiyonunun ekstremum noktaları bulunurken,
İlk olarak, f'(x)=0 denkleminin tek katlı kökleri bulunur.
Sonra, bu denklemin kökleri fonksiyonda yazılarak ekstremum değerler bulunur.


Uyarı

Fonksiyonun çift katlı köklerinde ekstremum oluşmaz.

kavrama sorusu

$f(x)=x^2-2x+5$

fonksiyonunun yerel minimum noktasını ve yerel minimum değerini bulunuz.

çözüm

$f'(x)=2x-2=0$ ise $x=1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'(x)	–	0	+
f(x)	↘		↗

x=1 için yerel minimum noktası vardır.
x=1 değeri fonksiyonda yerine yazıldığında
$f(x)=x^2-2x+5$ ise $f(1)=1^2-2.1+5=4$
(1,4) yerel minimum noktası ve 4 yerel minimum değeridir.

kavrama sorusu

$f(x)=x^3-3x^2+1$

fonksiyonunun ekstremum noktalarını bulunuz.

çözüm

$f'(x)=3x^2-6x=0$ ise $x=0$ ve $x=2$

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$
f'(x)	+	0	–	0	+
f(x)	↗		↘		↗

x=0 için yerel maximum noktası vardır ve f(0)=1
x=2 için yerel minimum noktası vardır ve f(2)=–3
(0,1) yerel maksimum noktasıdır.
(2,–3) yerel minimum noktasıdır.

kavrama sorusu

$f(x)=x^3$

fonksiyonunun varsa ekstremum noktalarını bulunuz.

çözüm

$f'(x)=3x^2$ $3x^2=0$ ve $x=0$ (çift katlı kök)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'(x)	+	0	+
f(x)	↗		↗

f(x) fonksiyonunun daima artan olduğunu ve bu nedenle ekstremum oluşmadığını görünüz. Bu yüzden çift katlı köklerde ekstremum oluşmaz.



soru 1

$f(x)=x^2-8x+7$

fonksiyonunun hangi x değeri için bir yerel minimumu vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 2

$f(x)=-2x^2+8x+14$

fonksiyonunun hangi x değeri için bir yerel maksimumu vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 3

$f(x)=x^3+x^2-x$

fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

soru 4

$f(x)=\frac{x^2}{2}+2x-5$

fonksiyonunun ekstremum değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –7 B) –6 C) –5 D) –4 E) –3

soru 5

$f(x)=x^3-3x$

fonksiyonunun yerel maksimum noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1,3) B) (1,2) C) (1,–2) D) (–1,–2) E) (–1,2)

soru 6

$f(x)=x^3+x^2+ax+1$

fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsisleri çarpımı 2 olduğuna göre, a kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

soru 7

$f(x)=(a+2)x^2+ax+(a+1)$

fonksiyonunun $x=-\frac{1}{6}$ apsisli noktada bir minimumu olduğuna göre a kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

soru 8

$f'(x)=x^3(x-1)^2.(x+1).(x+2)(x-3)^5$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun hangi x değeri için yerel ekstremumu yoktur?

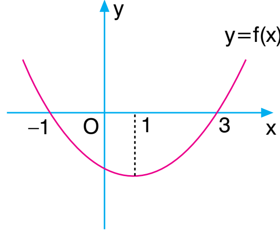
A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 3

1 – D 2 – B 3 – A 4 – A 5 – E 6 – B 7 – D 8 – D



Fonksiyon grafiği ve türevinin grafiğinin farkını aşağıda verilen iki örnekte karşılaştırarak yorumlayalım.

kavrama sorusu



Yukarıda grafiği verilen f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I) $(1,\infty)$ aralığında $f'(x)>0$

II) $(-\infty,1)$ aralığında $f'(x)<0$

III) $f'(1)=0$

çözüm

Bir fonksiyonun grafiğine bakarak türevini yorumlarken, soldan sağa doğru fonksiyonunun artan veya azalan olduğu kısımlara dikkat edin.

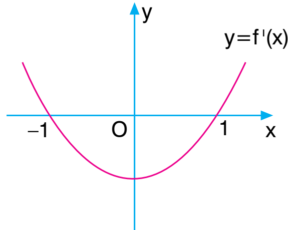
$(1,\infty)$ aralığında görüntüler (aldığı y değerleri) büyüyor.
$(-\infty,1)$ aralığında görüntüler (aldığı y değerleri) küçülüyor,

I) Doğru: f(x) artan olduğu için bu aralıkta, $f'(x)>0$

II) Doğru: f(x) azalan olduğu için bu aralıkta, $f'(x)<0$

III) Doğru: Bu noktada teğet x eksenine paralel olduğu için eğim 0, $f'(1)=0$

kavrama sorusu



Yukarıda türevinin grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I) $(-\infty,-1)$ ve $(1,\infty)$ aralıklarında f(x) artan

II) $(-1,1)$ aralığında f(x) azalan

III) $x=-1$ ve $x=1$ apsisli noktalar f(x) in yerel ekstremumlarının apsisleridir.

çözüm

Dikkat! bir fonksiyonun türevinin grafiğini yorumlamak görsel olarak aldatıcıdır.
Bu nedenle, grafiğin işaret incelemesini yapmak, sağlıklı yorum yapmak için faydalıdır.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'(x)		+	0	–	0	+	
f(x)		↗ artan		↘ azalan		↗ artan	

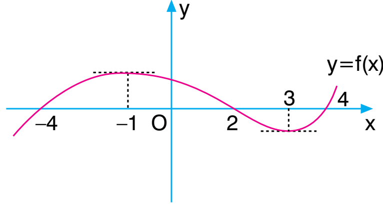
Tablodan anlaşılacağı üzere, üç madde de doğrudur.
$x=-1$ yerel maksimum
$x=1$ yerel minimum noktaların apsislerini verir.


Sonuç

1) Fonksiyonun grafiği verildiğinde grafik görsel olarak incelenerek yorum yapılabilir.

2) Fonksiyonun türevinin grafiği verildiğinde, grafiğin işaret tablosu yapılarak yorum yapılması sağlıklı olur.

soru 1

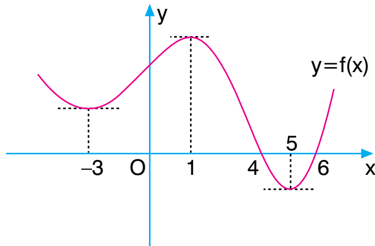


Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıda verilen bilgilerden hangileri doğrudur?

I. $x \in (-4,2)$ için $f(x)>0$ dır.
II. $x \in (-\infty,-1)$ için $f'(x)>0$ dır.
III. $x \in (-1,3)$ için $f'(x)<0$ dır.
IV. $f'(1)>f'(-3)$
V. $f\left(\frac{5}{2}\right)>f'\left(\frac{7}{2}\right)$

A) I,IV B) III,IV C) II,III D) III,V E) I,II,III

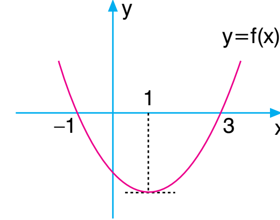
soru 2



Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıda verilen bilgilerden hangisi yanlıştır?

A) $f'(-3)=0$
B) $f'(5)=0$
C) $x \in (-3,1)$ için $f'(x)>0$ dır.
D) $x \in (1,5)$ için $f'(x)>0$ dır.
E) $f'(2)+f'(-4)<0$ dır.

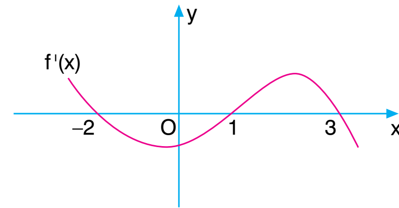
soru 3



Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $x \in (-\infty,1)$ için $f'(x)<0$ dır.
B) $f'(-2)+f'\left(\frac{1}{2}\right)>0$
C) y=f(x) fonksiyonu x=1 için minimum değerini alır.
D) $f'(2)+f'(4)>0$
E) $x \in (1,\infty)$ için $f'(x)>0$ dır.

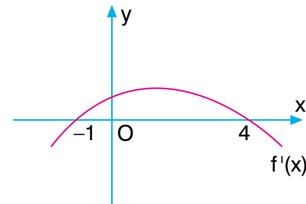
soru 4



Yukarıda türevinin grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $x=-2$ için f(x) in yerel maksimumu vardır.
B) $x=1$ için f(x) in yerel minimumu vardır.
C) $x=3$ için f(x) in yerel minimumu vardır.
D) $x \in (1,3)$ için f(x) artandır.
E) $x \in (3,\infty)$ için f(x) azalandır.

soru 5



Yukarıda türevinin grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) $x \in (-1,4)$ için f(x) artandır.
B) $f(3)-f(1)<0$ dır.
C) $f(5)-f(6)<0$ dır.
D) $x \in (-\infty,-1)$ için f(x) artandır.
E) $x \in (4,\infty)$ için f(x) artandır.

1 – E 2 – D 3 – B 4 – C 5 – A

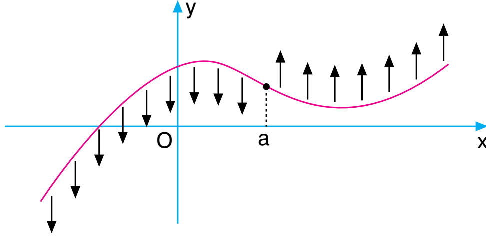


II. Türevin Geometrik Yorumu

$y=f(x)$ fonksiyonu için,

$f''(x)>0$ olduğu sayı aralıklarında f(x) in grafiği konvekstir (dış bükey) (eğrinin çukurluk yönü yukarı doğru)

$f''(x)<0$ olduğu sayı aralıklarında f(x) in grafiği konkavdır (iç bükey) (eğrinin çukurluk yönü aşağı doğru)



(a,∞) aralığında f(x) in grafiği konveks dolayısıyla $f''(x)>0$
$(-\infty,a)$ aralığında f(x) in grafiği konkav dolayısıyla $f''(x)<0$

kavrama sorusu

$f(x)=x^3-6x^2+1$

fonksiyonunun konveks olduğu en geniş aralığı bulunuz.
(f(x) konveks ise $f''(x)>0$ olduğuna dikkat ediniz.)

çözüm

f(x) in arka arkaya 2 kez türevi alınır,
$f(x)=x^3-6x^2+2$
$f'(x)=3x^2-12x$
$f''(x)=6x-12$
$f''(x)>0$ olacağından $6x-12>0$ ve $x>2$

Cevap: $(2,\infty)$

kavrama sorusu

$f(x)=\frac{1}{12}x^4-32x^2+3$

fonksiyonunun konkav olduğu en geniş aralığı bulunuz.
(f(x) konkav ise $f''(x)<0$ olduğuna dikkat ediniz.)

çözüm

f(x) in arka arkaya 2 kez türevi alınır,

$f(x)=\frac{1}{12}x^4-32x^2+3$

$f'(x)=\frac{4}{12}x^3-64x$

$f''(x)=\frac{12}{12}x^2-64<0$ ve $x^2-64<0 \Rightarrow (x-8).(x+8)<0$

eşitsizliği çözülür ise

x	$-\infty$	-8		8	$+\infty$
f''(x)	+	0	–	0	+
f(x)	Çukur		Tümsek		Çukur

$(-8,8)$ aralığında $f''(x)<0$ yani f(x) bu aralıkta konkav olur.

Cevap: $(-8,8)$



Uyarı

II. türevin geometrik yorumu yapılırken, II. türevin işaret tablo incelemesi üstteki örnekte olduğu gibi kullanılabilir.

kavrama sorusu

$f''(x)=(x-2)(x+2)^2$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun konveks olduğu en geniş aralığı bulunuz.

çözüm

f(x) konveks ise $f''(x)>0$ olan aralıkları bulmamız gereklidir.
$f''(x)=(x-2).(x+2)^2=0$ ise $x=2$ ve $x=-2$ (çift katlı kök) bulunur.

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
f''(x)	–	0	–	0	+
f(x)	Tümsek		Tümsek		Çukur

$(2,\infty)$ aralığında $f''(x)>0$ yani f(x) bu aralıkta konveks olur.

Cevap: $(2,\infty)$



soru 1

$f(x)=x^3-3x^2+9$

fonksiyonunun konveks (dış bükey) olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty,1)$ B) $(0,\infty)$ C) $(0,1)$ D) $(3,\infty)$ E) $(1,\infty)$

soru 2

$f(x)=x^4-x^3$

fonksiyonunun konkav (iç bükey) olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ B) $(-\infty,0)$ C) $\left(\frac{1}{2},\infty\right)$ D) $(-\infty,\frac{1}{2})$ E) $(0,\infty)$

soru 3

$f(x)=\frac{x^3}{6}-\frac{x^2}{2}+2x+7$

fonksiyonunun konveks olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty,1)$ B) $(1,\infty)$ C) $(-\infty,0)$ D) $(0,\infty)$ E) $(0,1)$

soru 4

$f(x)=x^2+bx+c$

fonksiyonunun konveks olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\varnothing$ B) $(-\infty,0)$ C) $(0,\infty)$ D) R E) R–{0}

soru 5

$f'(x)=x^3-x^2-x+4$

olduğuna göre, y=f(x) fonksiyonunun konkav olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{1}{3},\infty\right)$ B) $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)$ C) $\left(-\frac{1}{3},1\right)$ D) $(1,\infty)$ E) $\left(-1,\frac{1}{3}\right)$

soru 6

$f'(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x+1$

olduğuna göre, y=f(x) fonksiyonunun dış bükey olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty,1)$ B) $(1,\infty)$ C) $(-1,1)$ D) R–{1} E) R

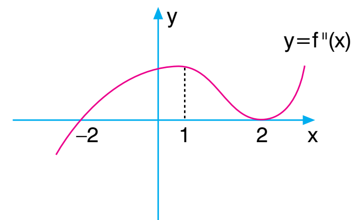
soru 7

$f''(x)=x^2.(x-1)^3$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun iç bükey olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1,\infty)$ B) $(-1,1)$ C) $(0,1)$ D) $(0,\infty)$ E) $(-\infty,1)-\{0\}$

soru 8



Yukarıda ikinci türevinin grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun konkav olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty,-2)$ B) $(-2,-1)$ C) $(1,2)$ D) $(2,\infty)$ E) $(-2,2)$

1 – E	2 – A	3 – B	4 – D	5 – C	6 – E	7 – E	8 – A



Dönüm (Büküm) Noktası: Bir fonksiyonun grafiğinin eğrilik (çukurluk) yönünün değiştiği noktaya denir.
Dönüm noktası fonksiyonun II. türevinin tablosu incelenerek bulunur. II. türevi sıfır yapan köklerden sağındaki işaret ile solundaki işaret farklı olanlar dönüm (büküm) noktasının apsisleridir.

kavrama sorusu

$f(x)=x^3-6x^2+x-1$

fonksiyonunun büküm noktasını bulunuz.

çözüm

$f'(x)=3x^2-12x+1$

$f''(x)=6x-12 \quad 6x-12=0$ ise $x=2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f"(x)	–	0	+
f(x)	∩ Tümsek		∪ Çukur

x=2 de çukurluk yön değiştiriyor, dolayısıyla (2,f(2)) dönüm noktasıdır.

$f(x)=x^3-6x^2+x-1$ ise $f(2)=2^3-6.2^2+2-1=-15$

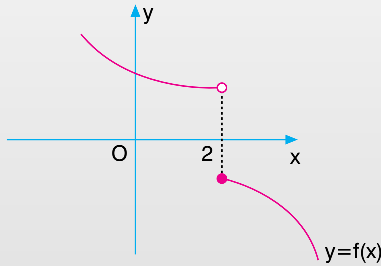
Cevap: (2,–15)



Uyarı

1 - Çift katlı köklerde işaret değişikliği olmadığı için çukurluk yön değiştirmez, bu nedenle dönüm (büküm) noktası oluşmaz. Yani fonksiyonun ikinci türevini sıfır yapan her nokta dönüm (büküm) noktası değildir.

2 - f"(x) tanımlı olmasa bile, çukurluğun yön değiştirdiği noktalar dönüm (büküm) noktası olur. Aşağıdaki grafiği inceleyelim.



x=2 için çukurluğun yön değiştirdiğine dikkat edin.
f'(2) ve f"(2) tanımlı olmadığı halde x=2 de f(x) in dönüm noktası vardır.

kavrama sorusu

$f''(x)=(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^5$

olduğuna göre f(x) fonksiyonunun dönüm noktalarının apsislerini bulunuz.

çözüm

x	$-\infty$	1		2		3	$+\infty$
f"(x)	+	0	+	0	–	0	+
f(x)	∪		∪		∩		∪

x=1 çift katlı kök olduğu için dönüm noktası oluşmadığını tablodan da görebilirsiniz.

x=2 ve x=3 için dönüm noktası vardır.

Cevap: 2 ve 3

kavrama sorusu

$f(x)=x^4+2x^3+ax^2+b$

fonksiyonunun dönüm noktası (1,4) olduğuna göre b kaçtır?

çözüm

$f'(x)=4x^3+6x^2+2ax$

$f''(x)=12x^2+12x+2a$

(1,4) dönüm noktası ise $f''(1)=0$ ve $f(1)=4$ olur.

$f''(1)=12+12+2a=0$ ise $a=-12$

$f(1)=1+2+a+b=4$ ise $b=13$ olur.

Cevap: 13



soru 1

$f(x)=x^3-6x^2-3x+9$

fonksiyonunun dönüm (büküm) noktası aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2,–13) B) (2,–7) C) (2,0) D) (–2,–13) E) (–2,0)

soru 2

$f(x)=x^4-x^3-x^2+1$

fonksiyonunun dönüm (büküm) noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

soru 3

$f(x)=2x^3-ax^2+3$

fonksiyonunun büküm noktasının apsisi 1 olduğuna göre a kaçtır?

A) –1 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

soru 4

$$f(x)=\frac{x^5}{20}-\frac{x^4}{6}+\frac{x^3}{6}+x-3$$

fonksiyonunun dönüm noktasının ordinatı kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) –1 E) 0

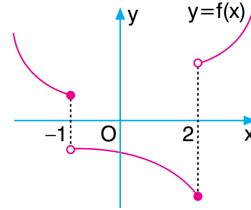
soru 5

$f'(x)=x^3-3x^2+1$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun dönüm noktalarından birinin apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) –4 B) –1 C) 0 D) 1 E) 4

soru 6



Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

f(x) fonksiyonunun dönüm noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

soru 7

$f''(x)=x.(x+1).(x+2)^2$

olduğuna göre f(x) fonksiyonunun büküm noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) –1 E) 0

soru 8

$y=x^3+mx^2+mx+1$

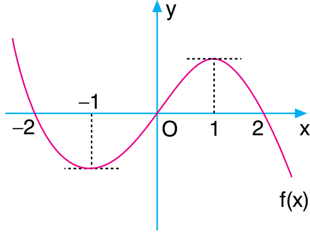
eğrisinin dönüm noktasının apsisi 2 olduğuna göre, ordinatı kaçtır?

A) –27 B) –18 C) –15 D) –11 E) –9

1 – A 2 – D 3 – E 4 – B 5 – C 6 – C 7 – D 8 – A



kavrama sorusu



Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I. f"(–3)>0

II. f"(2)<0

III. (–∞,0) için f(x) konveks

IV. (0,∞) için f(x) konkav

V. (0,0) büküm noktasıdır.

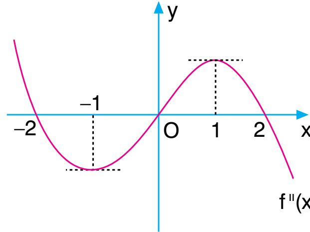
çözüm

(–∞,0) aralığında çukurluk yönü yukarı doğrudur. Buna göre, f(x) konveks ve f"(–3)>0 olur.

(0,∞) aralığında çukurluk yönü aşağı doğrudur. Buna göre, f(x) konkav ve f"(2)<0 olur.

x=0 da çukurluk yön değiştirdiği için (0,0) büküm (dönüm) noktasıdır.
Dolayısıyla bütün ifadeler doğrudur.

kavrama sorusu



Yukarıda grafiği verilen y=f"(x) fonksiyonunun grafiği için aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I. (–∞,–2) ∪ (0,2) için f(x) konveks

II. (–2,0) ∪ (2, ∞) için f(x) konkav

III. x=–2, x=0 ve x=2 apsisli noktalar f(x) fonksiyonunun dönüm noktasıdır.

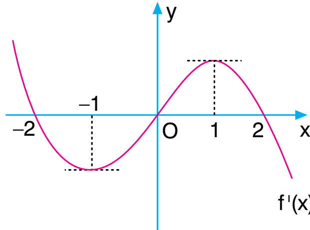
çözüm

Grafik II. türeve ait olduğu için, grafikte verilenler işaret tablosuna taşınarak yorum yapılabilir.

x	–∞	–2		0		2	+∞
f"(x)	+	0	–	0	+	0	–
f(x)	∪		∩		∪		∩

Tablo incelenirse verilen üç ifadenin de doğru olduğu görülür.

kavrama sorusu



Yukarıda türevinin grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I. (–∞,–1) için f(x) konkav

II. (–1,1) için f(x) konveks

III. f"(–1)=f"(1)=0

IV. x=–1 ve x=1 apsisli noktalar f(x) fonksiyonunun dönüm noktasıdır.

çözüm

Grafik I. türeve ait olduğu için II. türev yorumlarını yaparken, asıl fonksiyon grafiğinden I. türevini yorumluyoruz gibi düşünülebiliriz.

I. (–∞,–1) için f'(x) azalan, f"(x)<0 yani f(x) konkav

II. (–1,1) için f'(x) artan, f"(x)>0 yani f(x) konveks

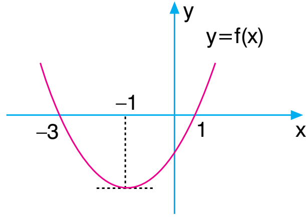
III. x=–1 ve x=1 de f'(x) fonksiyonunun türevi f"(–1)=f"(1)=0 olur. (Grafikteki yerel minimum ve maksimum noktalar olduğu için)

IV. f"(–1)=f"(1)=0 olduğu için x=–1 ve x=1 de dönüm noktası oluşur.

Buna göre, ifadelerin hepsi doğrudur.



soru 1



Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

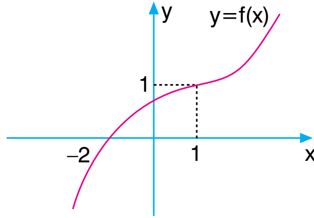
Buna göre;

I. $f'(-4)<0$ II. $f'(-1)=0$
III. $f'(-2).f'(0)=0$ IV. $f''(1)>0$
V. $f''(-2)+f''(4)<0$ VI. $f'(-5).f''(-5)>0$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) I,III B) I,II,IV C) II,III,IV D) IV,V,VI E) V,VI

soru 2

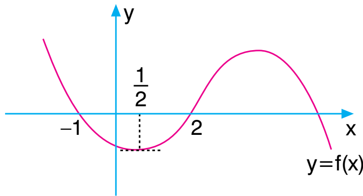


Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. (1,1) noktası f(x) fonksiyonunun dönüm noktasıdır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $x \in (-\infty,1)$ için $f''(x)<0$ dır.
B) $x \in (1, \infty)$ için $f''(x)>0$ dır.
C) $f''(-3).f''(3)>0$ dır.
D) $f'(-1).f''(-1)<0$ dır.
E) $f'(-3).f'(3)>0$ dır.

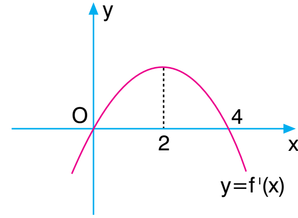
soru 3



Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) f(x) fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi 2 dir.
B) $x \in (-\infty,2)$ için $f''(x)<0$ dır.
C) $x \in (2,+\infty)$ için $f''(x)>0$ dır.
D) $x \in (-\infty,-1)$ için f(x) artandır
E) $(0,\infty)$ için f(x) azalandır.

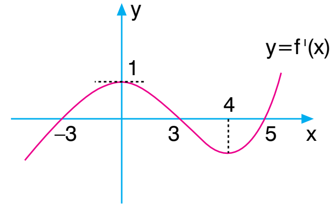
soru 4



Yukarıda türevinin grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $x \in (-\infty,2)$ için $f''(x)>0$ dır.
B) f(x) fonksiyonunun büküm noktasının apsisi 2 dir.
C) f(x) fonksiyonu $(2,\infty)$ aralığında konkavdır.
D) $x \in (0,4)$ için f(x) artandır.
E) x=2 için f(x) fonksiyonunun ekstremumu vardır.

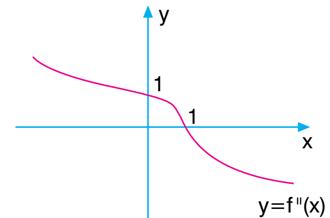
soru 5



Yukarıda türevinin grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A) $x \in (-3,3)$ için f(x) azalandır.
B) $x \in (-\infty,0)$ için f(x) konvekstir.
C) $x \in (1,4)$ için f(x) konvekstir.
D) $x \in (4,5)$ için f(x) artandır.
E) f(x) in büküm noktasının apsisi 3 tür.

soru 6



Yukarıda ikinci türevinin grafiği verilen y=f(x) fonksiyonu için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yanlıştır?

A) $x \in (-\infty,1)$ için f(x) konvekstir.
B) $x \in (1,\infty)$ için f(x) konkavdır.
C) x=0, f(x) in dönüm noktasının apsisidir.
D) x=1, f(x) in dönüm noktasının apsisidir.
E) $f''(-1).f''(2)<0$ dır.

1 – B 2 – C 3 – A 4 – E 5 – B 6 – C



Maksimum – Minimum Problemleri

Bu tür problemlerde bir ifadenin alabileceği en büyük (maksimum) veya en küçük (minimum) değer bulunmak istenir.

Bu problemleri çözerken,

1. Maksimum veya minimum olması istenilen ifadeyi tek değişken cinsinden yazalım.
2. İfadenin türevinin sıfır olduğu değeri kullanalım. (Yerel ekstremum noktaları bulunurken yapıldığı gibi)

kavrama sorusu

$x+y=10$

olduğuna göre, x.y çarpımı <u>en fazla</u> kaçtır?

Bu tarz soruları çözerken,

1. adım: x.y ifadesini tek değişken cinsinden yazarız.
2. adım: Bulduğumuz ifadenin türevini sıfıra eşitleriz.

çözüm

1. adım: x.y çarpım ifadesini tek değişken cinsinden yazalım

$x+y=10$ ise $y=10-x$

$x.y=x(10-x)=10x-x^2$

2. adım: Bulduğumuz ifadenin türevini sıfıra eşitleyelim

$(xy)'=(10x-x^2)'=10-2x=0$ ise $x=5$ bulunur ve

$x+y=10$ olduğu için $x=5$ ise $y=5$

Buna göre, x.y çarpımının en büyük değeri $x.y=5.5=25$

Cevap: 25

kavrama sorusu

$2x+y=12$

olduğuna göre, x.y çarpımı <u>en fazla</u> kaçtır?

çözüm

1. adım: x.y çarpımını tek değişken cinsinden yazalım

$2x+y=12$ ise $y=12-2x$

$xy=x.(12-2x)=12x-2x^2$

2. adım: Bulduğumuz ifadenin türevini sıfıra eşitleyelim

$(xy)'=(12x-2x^2)'=12-4x=0$ ise $x=3$

$2x+y=12$ olduğundan $x=3$ ise $y=6$

Buna göre, x.y çarpımının en büyük değeri $x.y=3.6=18$

Cevap: 18

kavrama sorusu

$y^2+x-2=0$

olduğuna göre, x+2y toplamı <u>en fazla</u> kaçtır?

çözüm

1. adım: x+2y ifadesini tek değişken cinsinden yazalım

$y^2+x-2=0$ ise $x=2-y^2$

$x+2y=2-y^2+2y$

2. adım: Bulduğumuz ifadenin türevini sıfıra eşitleyelim

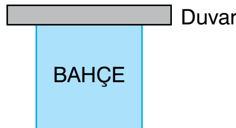
$(x+2y)'=(2-y^2+2y)'=-2y+2=0$ ve $y=1$

$y^2+x-2=0$ olduğundan $y=1$ ise $x=1$

Buna göre, x+2y toplamının değeri en fazla $x+2y=1+2.1=3$

Cevap: 3

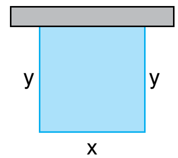
kavrama sorusu



Şekildeki dikdörtgen biçimindeki bahçenin üç kenarına bir sıra tel çekilmiştir.

Kullanılan telin uzunluğu 36m olduğuna göre, bahçenin alanı <u>en fazla</u> kaç m^2 olabilir?

çözüm



Bahçenin kenarlarına x ve y diyelim.

Telin uzunluğu: $2y+x=36$

Dikdörtgenin alanı: $A=x.y$

$2y+x=36$ ise $x=36-2y$ bulunur.

x yerine $36-2y$ yazılırsa,

$A=(36-2y)y=36y-2y^2$

ifadenin türevini alıp sıfıra eşitlemeliyiz,

$A'=(36y-y^2)=36-4y=0$ ve $y=9$ dur.

$y=9$ ise $x=36-2.9=18$

$Alan=x.y=9.18=162\ m^2$ olur.

Cevap: 162



soru 1

$x+y=6$

olduğuna göre, x.y çarpımı <u>en fazla</u> kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 36

soru 2

$x-y=8$

olduğuna göre, x.y çarpımı <u>en az</u> kaçtır?

A) –32 B) –28 C) –20 D) –16 E) –12

soru 3

$x-y=7$

olduğuna göre, (xy–y) ifadesinin <u>en küçük</u> değeri kaçtır?

A) –7 B) –9 C) –12 D) –16 E) –18

soru 4

$\frac{x}{y}=2$

olduğuna göre, $(x+y^2)$ ifadesinin <u>en küçük</u> değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) –1 C) $-\frac{3}{2}$ D) –2 E) $-\frac{5}{2}$

soru 5

$x+y=1$

olduğuna göre, x^2+y^2 ifadesini <u>en küçük</u> yapan x değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) 0 E) $-\frac{1}{2}$

soru 6

Toplamları 12 olan iki sayıdan birinin karesi ile diğerinin çarpımının alabileceği <u>en büyük</u> değer kaçtır?

A) 182 B) 196 C) 224 D) 240 E) 256

soru 7

Bir dikdörtgenin çevresi 24 cm dir.
Bu dikdörtgenin alanı <u>en fazla</u> kaç cm^2 olur?

A) 144 B) 108 C) 72 D) 48 E) 36

soru 8

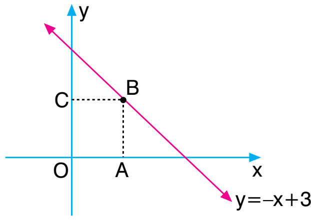
ABC üçgeninde, AB kenarı ve bu kenara ait yüksekliğin uzunlukları toplamı 16 olduğuna göre, ABC üçgeninin alanının alabileceği <u>en büyük</u> değer kaçtır?

A) 24 B) 28 C) 32 D) 48 E) 64

1 – A 2 – D 3 – B 4 – B 5 – C 6 – E 7 – E 8 – C

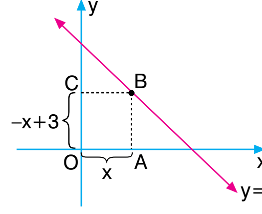


kavrama sorusu



B noktası y=–x+3 doğrusu üzerinde bulunan OABC dikdörtgeninin alanı en fazla kaç br^2 dir?

çözüm



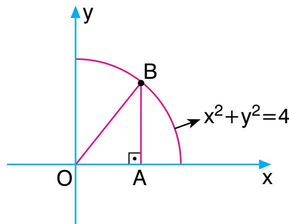
B noktası doğru üzerinde bulunduğundan koordinatları B(x,–x+3) tür. Dikdörtgenin kenar uzunlukları x ve –x+3 br olur.

$A=x.(-x+3)=-x^2+3x$

$A'=-2x+3=0 \quad x=\frac{3}{2}$

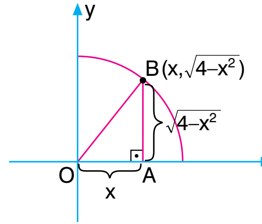
$A=\frac{3}{2}.\left(-\frac{3}{2}+3\right)=\frac{3}{2}.\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$ br^2 dir.

kavrama sorusu



Yandaki grafikte verilen çeyrek çember içine çizilebilecek OAB üçgeninin alanı en fazla kaç br^2 dir?

çözüm



B noktası çember üzerinde olduğu için çember denklemini sağlar.

$x^2+y^2=4$ ise $y=\sqrt{4-x^2}$

$B\left(x,\sqrt{4-x^2}\right)$

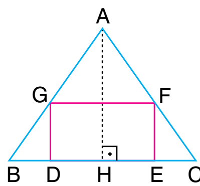
$A(OAB)=\frac{x.\sqrt{4-x^2}}{2}$

$A'(OAB)=1.\sqrt{4-x^2}+\frac{-2x.x}{2.\sqrt{4-x^2}}$

$A'(OAB)=\frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}=0 \quad x=-\sqrt{2}$ ve $x=\sqrt{2}$

$A(OAB)=\frac{\sqrt{2}.\sqrt{4-2}}{2}=\frac{\sqrt{2}.\sqrt{2}}{2}=1$ br^2

kavrama sorusu

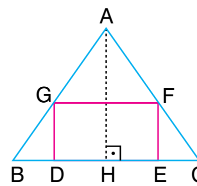


Şekilde ABC üçgeni ve DEFG dikdörtgeni verilmiştir.

|BC|=6 cm, |AH|=8 cm, [AH] ⊥ [BC]

olduğuna göre, DEFG dikdörtgeninin alanı en fazla kaç cm^2 dir?

çözüm



|GF|=x ve |FE|=y diyelim.

$\widehat{AGF} \sim \widehat{ABC}$ benzerliği kullanılarak,

$\frac{x}{6}=\frac{8-y}{8}$ eşitliğini yazalım.

Buradan, $x=\frac{48-6y}{8}$ bulunur.

$A(DEFG)=x.y=\frac{48-6y}{8}.y=\frac{48y-6y^2}{8}$

Türev alınırsa, $A'(DEFG)=\frac{48-12y}{8}=0$ ve $y=4$ bulunur.

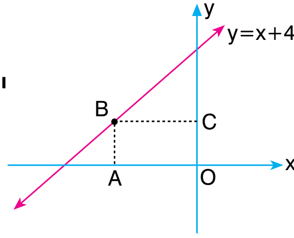
$x=\frac{48-6.4}{8}=3$ ve $A(DEFG)=x.y=3.4=12$ cm^2

Cevap: 12

soru 1

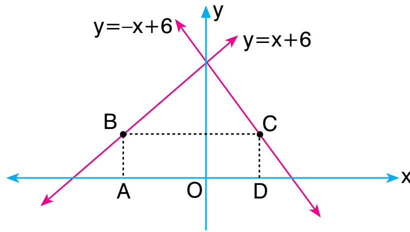
Şekilde y=x+4 doğrusu ve OABC dikdörtgeni verilmiştir.

OABC dikdörtgeninin alanı <u>en fazla</u> kaç br^2 dir?



A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) 4 E) 8

soru 2

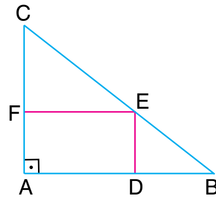


Şekilde verilen ABCD dikdörtgeninin alanı <u>en fazla</u> kaç br^2 dir?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

soru 3

Şekilde ABC üçgen, ADEF dikdörtgen, |AC|=6 cm, |AB|=10 cm olduğuna göre, A(ADEF) <u>en fazla</u> kaç cm^2 dir?

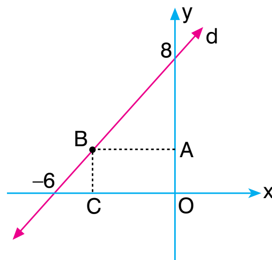


A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 30

soru 4

Şekilde d doğrusunun grafiği ve OABC dikdörtgeni verilmiştir.

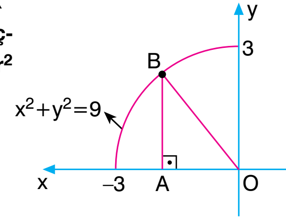
OABC dikdörtgeninin alanı en fazla kaç br^2 dir?



A) 6 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

soru 5

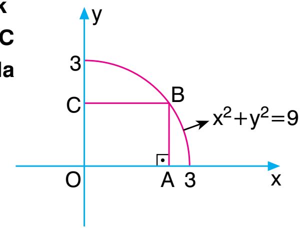
Yanda grafiği verilen çeyrek çember içine çizilen OAB üçgeninin alanı <u>en fazla</u> kaç br^2 dir?



A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 3

soru 6

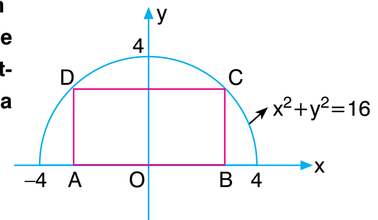
Yanda grafiği verilen çeyrek çember içine çizilen OABC dikdörtgeninin alanı en fazla kaç br^2 dir?



A) $\frac{9}{2}$ B) 9 C) $\frac{7}{2}$ D) 7 E) $\frac{5}{2}$

soru 7

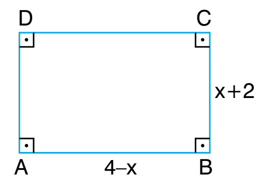
Yanda grafiği verilen yarım çember içine çizilen ABCD dikdörtgeninin alanı en fazla kaç br^2 dir?



A) $4\sqrt{2}$ B) 8 C) 12 D) 16 E) 32

soru 8

Yukarıdaki ABCD dikdörtgeninin alanının <u>en büyük</u> değeri kaçtır?



A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

1 – D 2 – E 3 – C 4 – B 5 – A 6 – A 7 – D 8 – B



kavrama sorusu

$A(a,a+2)$ noktasının başlangıç noktasına olan uzaklığı en az kaç br dir?

(Hatırlatma: $A(x_1,y_1)$ ve $B(x_2,y_2)$ noktaları arasındaki uzaklık:

$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ ile hesaplanır.)

çözüm

Başlangıç noktası $O(0,0)$ ile $A(a,a+2)$ arasındaki uzaklık:

$|AO|=\sqrt{a^2+(a+2)^2}$ Türev alınıp sıfıra eşitlenir,

$|AO|'=\dfrac{2a+2(a+2)}{2\sqrt{a^2+(a+2)^2}}=0$ ise $2a+2(a+2)=0 \Rightarrow a=-1$

$a=-1$ değeri $|AO|=\sqrt{a^2+(a+2)^2}$ ifadesinde yazılırsa,

$|AO|=\sqrt{(-1)^2+(-1+2)^2}=\sqrt{2}$ bulunur.

Cevap: $\sqrt{2}$

kavrama sorusu

$A(a,2a+3)$ ve $B(1,3)$ noktaları arasındaki uzaklık minimum olduğunda A noktasının apsisi kaç olur?

çözüm

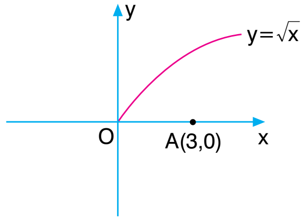
$|AB|=\sqrt{(a-1)^2+(2a+3-3)^2}=\sqrt{(a-1)^2+4a^2}$

Türev alınıp sıfıra eşitlenir,

$|AB|'=\dfrac{2(a-1)+8a}{2\sqrt{(a-1)^2+4a^2}}=0$ ise $2(a-1)+8a=0$ ve $a=\dfrac{1}{5}$

Cevap: $\dfrac{1}{5}$

kavrama sorusu



Yukarıda $y=\sqrt{x}$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, eğri üzerinde $A(3,0)$ noktasına en yakın noktanın apsisi kaçtır?

çözüm

Eğri üzerindeki herhangi bir noktanın apsisi a ise ordinatı $y=\sqrt{a}$ olur ve $B(a,\sqrt{a})$ ile gösterilebilir.

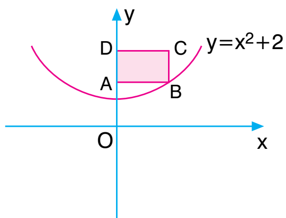
$|AB|=\sqrt{(a-3)^2+(\sqrt{a}-0)^2}=\sqrt{(a-3)^2+a}$

Türev alınıp sıfıra eşitlenir,

$|AB|'=\dfrac{2(a-3)+1}{2\sqrt{(a-3)^2+a}}=0$ ise $2(a-3)+1=0$ ve $a=\dfrac{5}{2}$

Cevap: $\dfrac{5}{2}$

kavrama sorusu



Yukarıda $y=x^2+2$ eğrisi ve ABCD dikdörtgeni verilmiştir.

$D(0,8)$ olduğuna göre, ABCD dikdörtgenin alanı en fazla kaç br^2 dir?



Uyarı

Bu tip sorularda alanı ifade edebilmek için eğriyle, verilen geometrik şeklin ortak noktalarını kullanmaya çalışalım.

çözüm

B noktası eğri üzerinde dolayısıyla $B(a,a^2+2)$ şeklinde ifade edilebilir. Buradan, $|AB|=a$, $|OA|=a^2+2$ ve

$|AD|=|OD|-|OA|=8-(a^2+2)=6-a^2$

$A(ABCD)=|AB|.|AD|=a.(6-a^2)=6a-a^3$

Türev alınıp sıfıra eşitlenir,

$[A(ABCD)]'=6-3a^2=0$ ise $a=\sqrt{2}$

$A(ABCD)=a(6-a^2)=\sqrt{2}.(6-(\sqrt{2}^2))=4\sqrt{2}$

Cevap: $4\sqrt{2}$



soru 1

A(a+1,a−3) noktasının başlangıç noktasına uzaklığı en az kaç br dir?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) 8

soru 2

A(a+1,a–1) noktasının B(1,3) noktasına uzaklığı en az kaç br dir?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) 4

soru 3

A(a,b+1) noktasının B(1,b+2) noktaları arasındaki uzaklığın en küçük değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2

soru 4

y=x+4 doğrusu üzerinde başlangıç noktasına en yakın noktanın koordinatlar toplamı kaçtır?

A) −2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

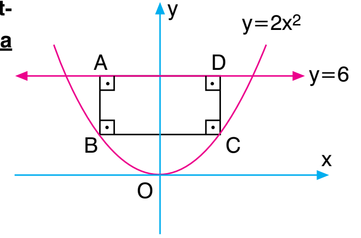
soru 5

x+y=4 doğrusu üzerinde başlangıç noktasına en yakın olan noktanın koordinatlar çarpımı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

soru 6

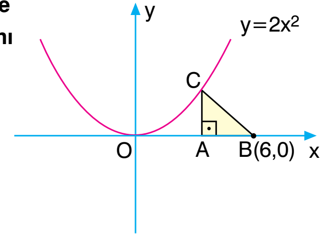
Yandaki ABCD dikdörtgeninin alanı en fazla kaç br² dir?



A) 8 B) $6\sqrt{2}$ C) $8\sqrt{2}$ D) $10\sqrt{2}$ E) $12\sqrt{2}$

soru 7

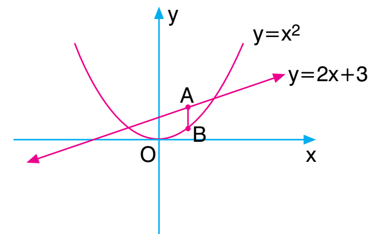
Yandaki grafikte verilenlere göre ABC üçgeninin alanı en fazla kaç br² dir?



A) 24 B) 28 C) 32 D) 35 E) 40

soru 8

$y=x^2$ parabolü ile $y=2x+3$ doğrusunun kesiştikleri noktalar arasında kalan [AB] nin uzunluğu en fazla kaç br dir?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1 – B 2 – D 3 – C 4 – B 5 – B 6 – A 7 – C 8 – B



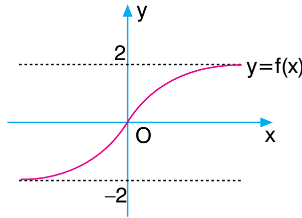
Asimptotlar

Bir fonksiyonun grafiğinin (eğrisinin) sonsuza giden bir kolunun, bir doğruya ya da eğriye olan uzaklığı sıfıra yaklaşıyorsa bu doğru ya da eğriye fonksiyonun asimptotu denir. Yani fonksiyonun eğrisine sonsuzda teğet olan doğru yada eğriye asimptot denir. Asimptotlar yatay, düşey, eğri veya eğik asimptotlar olarak adlandırılır.

Yatay Asimptot

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = b$ veya $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = b$ ise, $b \in R$ koşulunu sağlayan y=b doğrusuna f(x) fonksiyonun yatay asimptotu denir. $x \to \infty$ veya $x \to -\infty$ için fonksiyonun limitinin bir reel sayı olması yatay asimptot oluşmasını sağlar.

kavrama sorusu



Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun yatay asimptotları varsa bulunuz.

çözüm

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 2$ ve $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -2$ olduğu için

y=2 ve y=–2 doğruları f(x) fonksiyonunun yatay asimptotlarıdır.

kavrama sorusu

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{2x^2 + 4x - 2}$$

fonksiyonunun yatay asimptotu varsa bulunuz.

çözüm

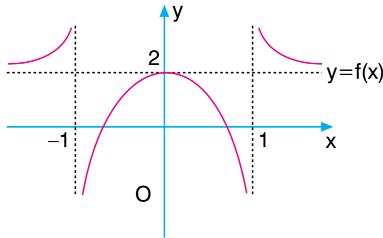
$$\lim_{x \to \infty} = \frac{x^2 - 3x + 1}{2x^2 + 4x - 2} = \frac{1}{2}$$

olduğu için $y = \frac{1}{2}$ yatay asimptotdur.

Düşey Asimptot

$\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = \pm\infty$ veya $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \pm\infty$ koşulunu sağlayan x=a doğrusuna düşey asimptot denir. Fonksiyonun limitinin bir sayı için $+\infty$ veya $-\infty$ olması düşey asimptot oluşmasını sağlar.

kavrama sorusu



Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun varsa yatay ve düşey asimptotlarını bulunuz.

çözüm

x=1 ve x=–1 doğruları f(x) fonksiyonunun düşey asimptotlarıdır.

y=2 doğrusu f(x) fonksiyonunun yatay asimptotu olur.

kavrama sorusu

$$f(x) = \frac{x+2}{x-4}$$

fonksiyonunun varsa asimptotlarını bulunuz.

çözüm

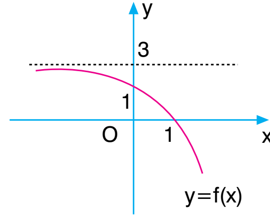
$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 1$ olduğu için y=1 doğrusu yatay asimptottur.

$\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = +\infty$ olduğu için x=4 doğrusu düşey asimptottur.



soru 1

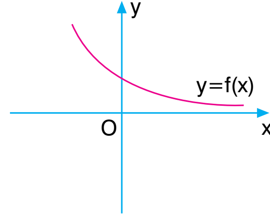
Yanda grafiği verilen y=f(x) eğrisinin yatay asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?



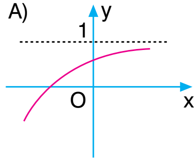
A) $x=0$ B) $x=1$ C) $x=3$ D) $y=0$ E) $y=3$

soru 2

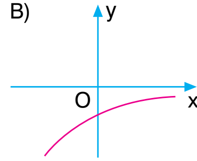
Yanda grafiği verilen y=f(x) eğrisinin yatay asimptotu ile aşağıdaki eğrilerden hangisinin yatay asimptotu aynıdır?



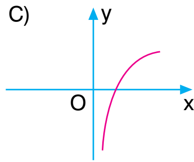
A)



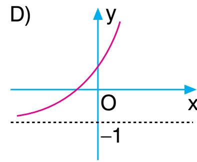
B)



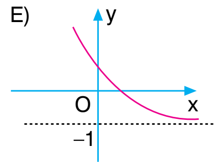
C)



D)



E)



soru 3

$$f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$$

fonksiyonunun yatay asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=2$ B) $y=-1$ C) $y=\frac{1}{2}$ D) $x=1$ E) $x=2$

soru 4

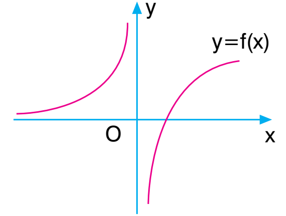
$$f(x)=\frac{ax^2+8x-3}{2x^2-x+1}$$

fonksiyonunun yatay asimptotu y=3 doğrusu olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 5

Yanda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun düşey asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?



A) $x=0$ B) $x=1$ C) $x=2$ D) $y=0$ E) $y=1$

soru 6

$$f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$$

fonksiyonunun düşey asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x=2$ B) $x=1$ C) $x=-1$ D) $y=1$ E) $y=2$

soru 7

$$f(x)=\frac{x^2-x-6}{x^2-2x-15}$$

eğrisinin düşey asimptotları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x=-3$ ve $x=2$ B) $x=3$ ve $x=-2$ C) $x=-3$ ve $x=5$ D) $x=3$ ve $x=-5$ E) $x=-3$ ve $x=-5$

1 – E 2 – B 3 – A 4 – C 5 – A 6 – C 7 – C



Yatay ve Düşey Asimptot

kavrama sorusu

$$f(x)=\frac{3x^2-2x+2}{x^2-3x-4}$$

fonksiyonunun asimptotlarını bulunuz.

çözüm

$\lim_{x\to\infty} f(x)=3$ olduğu için $y=3$ yatay asimptottur.

$x^2-3x-4=(x-4)(x+1)=0$ ise $x=4$ ve $x=-1$

Paydayı sıfır yapan $x=4$ ve $x=-1$ için düşey asimptot oluşur.

$\lim_{x\to -1^-} f(x)=+\infty$ $\quad$ $\lim_{x\to -1^+} f(x)=-\infty$ ve

$\lim_{x\to 4^-} f(x)=-\infty$ $\quad$ $\lim_{x\to 4^+} f(x)=+\infty$ dur.



Uyarı

1) Sonsuzda rasyonel fonksiyonlarda payın derecesi paydanın derecesinden büyük ise yatay asimptot oluşmaz. Eğik yada eğri asimptotu vardır. Yani, $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^m+...}{x^n+...}$ ifadesinde $m>n$ ise yatay asimptot yoktur, $m\leq n$ ise yatay asimptot vardır.
2) Sayı için limitin sonsuz olması ancak paydanın sıfır olması ama payın sıfırdan farklı olması ile mümkündür. $\frac{0}{0}$ durumlarında limit sayı çıktığı için düşey asimptot oluşmaz.

kavrama sorusu

$$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x-2}$$

fonksiyonunun asimptotları varsa bulunuz.

çözüm

$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x+1}{x-2}=\infty$ olduğu için yatay asimptot oluşmaz.

$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\infty$ olduğu için $x=2$ düşey asimptot olur.

(Yukarıda verdiğimiz uyarıda belirtmiştik,

1. Payın derecesi büyük ise yatay asimptot oluşmaz.
2. Payda sıfır ve pay sıfırdan farklı ise düşey asimptot oluşur.)

kavrama sorusu

$$f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$$

fonksiyonunun asimptotları varsa bulunuz.

çözüm

$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{x-1}=\infty$ olduğu için yatay asimptot oluşmaz.

$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}=2$

olduğu için düşey asimptot oluşmaz.

(Paydayı sıfır yapan değer, payı da sıfır yapıyorsa düşey asimptot oluşmaz.)

kavrama sorusu

$$f(x)=\frac{x^2+1}{x^2+mx+4}$$

fonksiyonunun düşey asimptotları olmadığına göre m in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

çözüm

Düşey asimptot oluşmaması için $x^2+mx+4=0$ denkleminin reel kökünün olmaması gerekir yani $\Delta<0$ olmalıdır.

$\Delta=b^2-4ac=m^2-16<0$ ise $m^2<16$ dır.

Dolayısıyla, m en fazla 3 olur.

Cevap: 3

soru 1

$$y=\frac{3x^2-1}{x^2+4}$$

fonksiyonunun asimptotları için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $y=\frac{1}{4}$ doğrusu yatay asimptotudur.

B) $x=2$ ve $x=-2$ doğruları düşey asimptotlarıdır.

C) Düşey asimptotu yoktur.

D) Yatay asimptotu yoktur.

E) Yatay ve düşey asimptotları $\left(2,\frac{1}{4}\right)$ noktasında kesişir.

soru 2

$$y=\frac{x^2+5}{x-3}$$

fonksiyonunun asimptotları için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $x=3$ doğrusu düşey asimptotudur.

B) Yatay asimptotu yoktur.

C) Eğik asimptotu vardır.

D) 1 tane düşey asimptotu vardır.

E) $y=1$ doğrusu yatay asimptotudur.

soru 3

Yatay asimptotu $y=2$ doğrusu ve düşey asimptotu $x=-2$ ve $x=3$ doğruları olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $f(x)=\frac{2x^2+1}{x^2-9}$ B) $f(x)=\frac{x^2+1}{2x^2-4}$ C) $f(x)=\frac{2x^2+x+1}{x^2-x-6}$

D) $f(x)=\frac{2x^2+7}{x^2-5x+6}$ E) $f(x)=\frac{2x^2-x+4}{x^2+x-6}$

soru 4

$$f(x)=\frac{x-m}{x+m}$$

eğrisinin düşey asimptotu $x=5$ doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?

A) – 5 B) – 1 C) 1 D) 5 E) 6

soru 5

$$y=\frac{x^2+3x-4}{x^2-9}$$

fonksiyonunun yatay ve düşey asimptotlarının kesişim noktalarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1,3) B) (1,–3) C) (–1,–3) D) (3,–1) E) (–3,1)

soru 6

$$f(x)=\frac{ax+1}{x+b}$$

fonksiyonunun yatay ve düşey asimptotlarının kesişim noktası (–3,1) olduğuna göre, a kaçtır?

A) –3 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

soru 7

Aşağıda verilen fonksiyonların hangisinin düşey asimptotu yoktur?

A) $f(x)=\frac{x}{x+1}$ B) $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ C) $f(x)=\frac{x^2+1}{2x-3}$

D) $f(x)=\frac{x+7}{x^2+1}$ E) $f(x)=\frac{x^2+3}{x^2-1}$

soru 8

$$y=\ln\left(\frac{ex^2+3}{x^2+1}\right)$$

fonksiyonunun yatay asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=1$ B) $y=2$ C) $y=8$ D) $y=3e$ E) $y=3e^2$

1 – C 2 – E 3 – C 4 – A 5 – E 6 – C 7 – D 8 – A



Eğik veya Eğri Asimptot

$\lim_{x\to\pm\infty}[f(x)-g(x)]=0$ koşulunu sağlayan g(x) fonksiyonuna f(x) in eğri veya eğik asimptotu denir.
Genel olarak rasyonel fonksiyonlarda payın derecesi paydanın derecesinden büyük iken veya kareköklü fonksiyonlarda görülür. Rasyonel fonksiyonlarda; payı, paydaya böldüğünüzde elde edilen bölüm eğri veya eğik asimptot olur. Bölümde elde edilen ifadenin derecesi 1 ise eğik asimptot derecesi 1'den büyük ise eğri asimptotdur.

kavrama sorusu

$$f(x)=\frac{x^2+1}{x+1}$$

fonksiyonunun eğik asimptotunu bulunuz.

çözüm

$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+1}{x+1}=\infty$ olduğundan yatay asimptotu yoktur, eğik veya eğri asimptotu vardır.

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x+1 \\ \hline -\;x^2+x & x-1 \rightarrow y=x-1 \\ \hline -x+1 & \\ -x-1 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

Bölümün (x–1) derecesi 1 olduğu için y=x–1 doğrusu eğik asimptottur.

kavrama sorusu

$$f(x)=\frac{x^3+x-3}{x-1}$$

fonksiyonunun asimptotları varsa bulunuz.

çözüm

$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+x-3}{x-1}=\infty$ olduğundan yatay asimptotu yoktur, eğik veya eğri asimptotu vardır.

$$\begin{array}{r|l} x^3+x-3 & x-1 \\ \hline -\;x^3-x^2 & x^2+x+2 \rightarrow y=x^2+x+2 \\ \hline x^2+x-3 & \\ -\;x^2-x & \\ \hline 2x-3 & \\ -\;2x-2 & \\ \hline -1 & \end{array}$$

Bölümün (x^2+x+2) derecesi 1'den büyük olduğu için $y=x^2+x+2$ eğri asimptottur.

Paydayı sıfır yapan x=1 için düşey asimptot oluşur.



Uyarı

$f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}$ fonksiyonun eğik asimptotları $y=\sqrt{a}\left|x+\frac{b}{2a}\right|$ formülü ile bulunabilir.

kavrama sorusu

$$f(x)=\sqrt{x^2-2x+5}$$

fonksiyonunun eğik asimptotlarını bulunuz.

çözüm

$$y=\sqrt{1}\left|x+\frac{-2}{2}\right|=|x-1|$$

y=x–1 ve y=–x+1 doğruları f(x) fonksiyonunun eğik asimptotları olur.

kavrama sorusu

$$f(x)=\sqrt{4x^2-12x+3}$$

fonksiyonunun eğik asimptotlarını bulunuz.

çözüm

$$y=\sqrt{4}\left|x+\frac{-12}{8}\right|=2\left|x-\frac{3}{2}\right|$$

$$y=2\left(x-\frac{3}{2}\right) \text{ ve } y=2\left(-x+\frac{3}{2}\right)$$

doğruları f(x) fonksiyonunun eğik asimptotları olur.



soru 1

$$f(x)=\frac{x^2+2x+5}{x+1}$$

fonksiyonunun eğik asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=x+1$ B) $y=x-1$ C) $y=-x+1$ D) $y=-x-1$ E) $y=-x-2$

soru 2

Aşağıdaki fonksiyonlardan eğik asimptotu olan hangisidir?

A) $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$ B) $f(x)=\frac{x^2-x}{x^2+1}$ C) $f(x)=\frac{x+1}{x^2+x+1}$

D) $f(x)=\frac{x^3+x^2+1}{x^2+2}$ E) $f(x)=\frac{x+1}{x^2+1}$

soru 3

$$f(x)=\frac{x^3-2x}{x+1}$$

fonksiyonunun eğri asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=x^2-x$ B) $y=x^2-x+1$ C) $y=x^2-x+3$

D) $y=x^2-2x+3$ E) $y=x^2-x-1$

soru 4

$$f(x)=\frac{2x^3-ax^2+1}{x^2-1}$$

fonksiyonunun eğik asimptotu y=2x+1 doğrusu olduğuna göre, a kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) –1

soru 5

$$f(x)=\frac{x^2+x-1}{x-3}$$

fonksiyonu için aşağıdaki ifadelerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) Düşey asimtotu x=3 doğrusudur.
B) Eğri asimptotu yoktur.
C) Yatay asimptotu yoktur.
D) Eğik asimptotu y=x+4 doğrusudur.
E) Asimptotları (3,4) noktasında kesişir.

soru 6

$$y=\sqrt{x^2-5x+6}$$

fonksiyonunun eğik asimptotlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y-2x-5=0$ B) $2y-2x+5=0$ C) $2y-x+5=0$

D) $y-x-5=0$ E) $y+x+5=0$

soru 7

Asimpotlarından biri y=–x+1 olan fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x)=\sqrt{x^2-x-1}$ B) $f(x)=\sqrt{x^2-x+2}$

C) $f(x)=\sqrt{x^2-2x+3}$ D) $f(x)=\sqrt{x^2+2x+5}$

E) $f(x)=\sqrt{x^2-4x+1}$

soru 8

$$f(x)=\sqrt{x^2-6x+13}$$

fonksiyonunun eğik asimptotları (a,b) noktasında kesişmektedir.

(a,b) noktasının orjine uzaklığı kaç birimdir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

1 – A 2 – D 3 – E 4 – E 5 – E 6 – B 7 – C 8 – D



Simetri Merkezi

1) $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ biçimindeki polinom fonksiyonların büküm(dönüm) noktası fonksiyonun simetri merkezidir.

2) $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ veya $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ fonksiyonlarının simetri merkezi asimptotlarının kesim noktasıdır.

kavrama sorusu

$f(x)=x^3-x+2$

fonksiyonunun simetri merkezini bulunuz.

(Bir fonksiyonun büküm noktasını bulmak için, fonksiyonun ikinci türevini sıfıra eşitlediğimizi hatırlayınız)

çözüm

f(x) fonksiyonunun büküm noktası bu fonksiyonun simetri merkezidir.

$f'(x)=3x^2-1$

$f''(x)=6x$ ve $f''(x)=0$ ise $x=0$

$f(0)=2$ olduğuna göre, (0,2) simetri merkezidir.

Cevap: (0,2)

kavrama sorusu

$f(x)=x^3+ax^2+x+b$

fonksiyonunun simetri merkezi (1,2) olduğuna göre, b kaçtır?

çözüm

Fonksiyon (1,2) noktasından geçtiğine göre $f(1)=2$ dir.

(1,2) noktası simetri merkezi ise aynı zamanda büküm noktasıdır. Buna göre, $f''(1)=0$

$f'(x)=3x^2+2ax+1$ ve $f''(x)=6x+2a$

$f''(1)=6+2a=0$ ise $a=-3$

$f(1)=1^3+a.1^2+1+b=2$ ise $b=3$

Cevap: 3

kavrama sorusu

$f(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$

fonksiyonunun simetri merkezini bulunuz.

çözüm

f(x) in asimptotlarının kesim noktası simetri merkezidir.

$x-2=0$ ise $x=2$ düşey asimptot

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=3$ ise $y=3$ yatay asimptot

(2,3) noktası şeklin simetri merkezi olur.

Cevap: (2,3)

kavrama sorusu

$f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$

fonksiyonunun simetri merkezini bulunuz.

çözüm

$$\begin{array}{r|l} x^2+x+1 & x-1 \\ \hline -\;x^2-x & x+2 \\ \hline 2x+1 & \\ -\;2x-2 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

$x-1=0$ ise $x=1$ düşey asimptot

$y=x+2$ eğik asimptot

$x=1$ için $y=x+2=1+2=3$

Buna göre, (1,3) simetri merkezi olur.

Cevap: (1,3)



soru 1

$f(x)=x^3-6x^2+2$

fonksiyonunun simetri merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2,0) B) (–2,0) C) (2,14) D) (2,–14) E) (0,0)

soru 2

$f(x)=-x^3+ax^2+1$

fonksiyonunun simetri merkezinin apsisi 3 olduğuna göre, a kaçtır?

A) –6 B) –3 C) 3 D) 6 E) 9

soru 3

$f(x)=x^3+mx^2+nx+2$

fonksiyonunun simetri merkezi (1,8) olduğuna göre, n kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

soru 4

$f(x)=\dfrac{2x+1}{x-4}$

fonksiyonunun simetri merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2,2) B) (2,4) C) (4,2) D) (0,2) E) (0,4)

soru 5

$f(x)=\dfrac{2x^2+2x+5}{x+1}$

fonksiyonunun simetri merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–1,0) B) (–1,–2) C) (–1,4) D) (–1,2) E) (–1,6)

soru 6

$f(x)=\dfrac{2x^2+12x+3}{x-1}$

fonksiyonunun simetri merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1,2) B) (1,8) C) (1,10) D) (1,13) E) (1,16)

soru 7

$f(x)=\dfrac{ax+1}{2x+b}$

fonksiyonunun simetri merkezi (1,4) olduğuna göre, a+2b toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 8

$f(x)=\dfrac{x^2+ax+6}{x+b}$

fonksiyonunun simetri merkezi (–1,4) olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

1 – D 2 – E 3 – C 4 – C 5 – B 6 – E 7 – B 8 – E



Grafik Bilgisi

Polinom fonksiyonların grafikleri çizilirken

1) Grafiğin uç noktaları $\pm\infty$ için limit alınarak bulunur.
2) Çift katlı köklerde grafiğin x eksenine teğet, tek katlı köklerde ise x eksenini kestiğine dikkat edilir.

kavrama sorusu

$y=(x-1)(x+4)^2$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

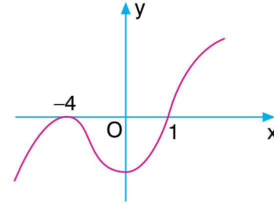
çözüm

x=1 tek katlı, grafik x=1 de x eksenini keser.

x=−4 çift katlı kök, grafik x=−4 te x eksenine teğet

$\lim_{x\to-\infty}(x-1)(x+4)^2=-\infty \qquad \lim_{x\to\infty}(x-1)(x+4)^2=\infty$

Grafik, $(-\infty,-\infty)$ yani 3.bölgeden başlayıp (∞,∞) yani 1.bölgeye gider.



kavrama sorusu

$y=(x+2)(x-5)^2(x-3)$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

çözüm

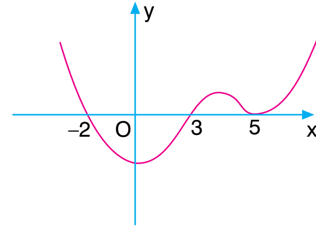
x=−2 tek katlı kök, grafik x=2 de x eksenini keser.

x=5 çift katlı kök, grafik x=5 de x eksenini teğet

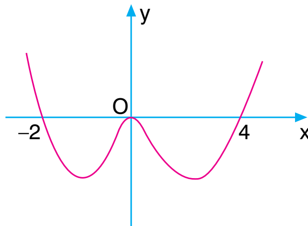
x=3 tek katlı kök, grafik x=3 de x eksenini keser.

$\lim_{x\to-\infty} y=\infty$ ve $\lim_{x\to\infty} y=\infty$

Grafik $(-\infty,\infty)$ yani 2.bölgeden başlayıp, (∞,∞) yani 1.bölgeye gider.



kavrama sorusu



Yukarıda $y=(x-a)(x-b)^4(x-c)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, a+b+c kaçtır?

çözüm

x=−2 ve x=4 tek katlı, x=0 çift katlı kök

x=a ve x=c tek katlı, x=b çift katlı kök dolayısıyla b=0,

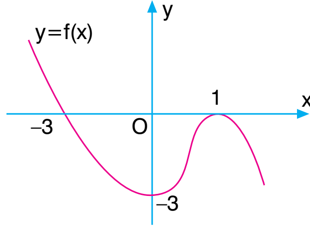
a ve c ise −2 ve 4 olur.

a+b+c=−2+0+4=2

Cevap: 2



soru 1

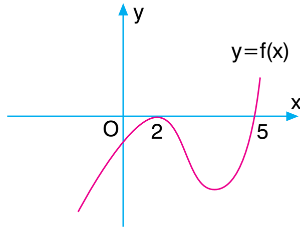


Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=(x+3)^3(x-1)^2$ B) $y=(-x-3)(x-1)^2$ C) $y=(x-3)(x-1)^2$

D) $y=(-x-3)(x+1)$ E) $y=(x-3)(x+1)$

soru 2

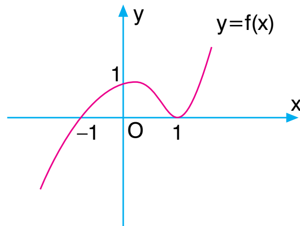


Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=(x-2)^2(x-5)$ B) $y=(x+2)^2(x-5)$ C) $y=(x-2)(x-5)^2$

D) $y=(x-2)^2(-x-5)$ E) $y=(x+2)(x-5)^2$

soru 3

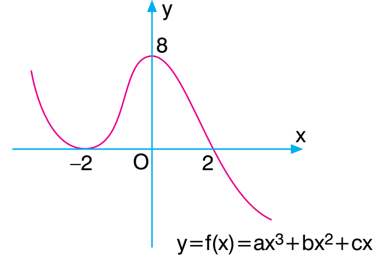


Yukarıda grafiği verilen fonksiyon $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ biçimindedir.

Buna göre, a+b+c+d toplamı kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) –1

soru 4



Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

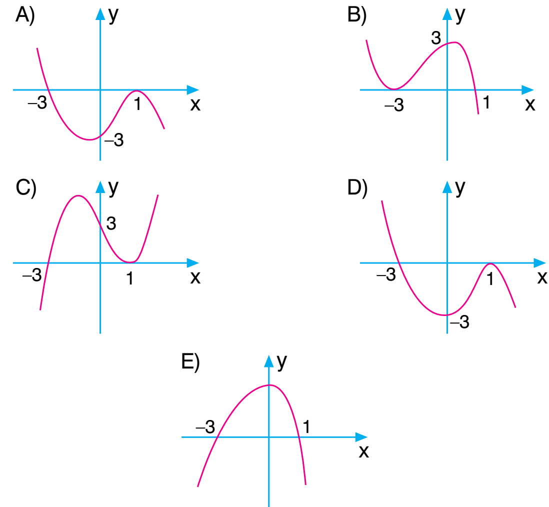
Buna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

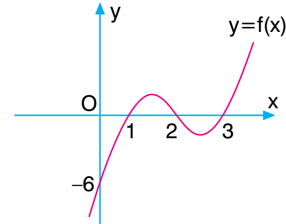
soru 5

$f(x)=(x-1)^2.(x+3)$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



soru 6



Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y=(x+2)(x-2)(x+3)$ B) $y=(x-1)(x-2)(x-3)$

C) $y=(1-x)(2-x)(3-x)$ D) $y=(x-1)(x+2)(x+5)$

E) $y=(x+1)(x+2)(x-3)$

1 – B 2 – A 3 – D 4 – C 5 – C 6 – B



Rasyonel Fonksiyonların Grafikleri

Rasyonel bir fonksiyonun grafiğinin nasıl çizildiğini madde madde bir örnekte inceleyelim.

kavrama sorusu

$$f(x)=\frac{x-6}{x-3}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

1. adım : Fonksiyonun tanım kümesi bulunur.
2. adım : Fonksiyonun eksenleri kestiği noktalar var ise bulunur.
3. adım : $\pm\infty$ için fonksiyonun limiti bulunur.
4. adım : Türev incelemesi yapılır.
5. adım : Asimptotlar bulunur.

çözüm

1) Tanım kümesi $R-\{3\}$

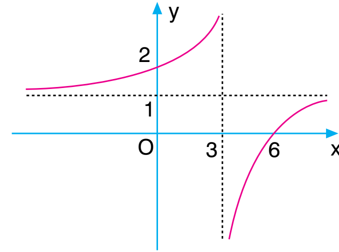
2) Eksenlerin kestiği noktalar
$x=0$ için $f(0)=2$ $(0,2)$
$y=0$ için $\frac{x-6}{x-3}=0$ ve $x=6$ $(6,0)$

3) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-6}{x-3}=1$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-6}{x-3}=1$ $y=1$ yatay asimptot

4) $f'(x)=\frac{1.(x-3)-1.(x-6)}{(x-3)^2}=\frac{3}{(x-3)^2}$
$f'(x)>0$ dolayısıyla $f(x)$ artandır.

5) $x=3$ düşey asimptot, $y=1$ yatay asimptot
Bu bulduklarımızı bir tabloda ifade edelim.

x	$-\infty$		3		6		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+		+	
$f(x)$	1	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	0	↗	1

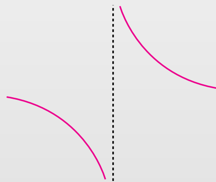



Uyarı

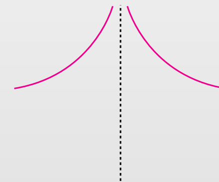
Test sorularında kullanabileceğimiz bir kaç ipucu daha aşağıda belirtilmiştir.

$\frac{f(x)}{g(x)}$ fonksiyonun grafiği çizilerken

$g(x)=0$ denkleminin
tek katlı köklerinde kelebek şekli olur.



$g(x)=0$ denkleminin
çift katlı köklerinde baca şekli olur.

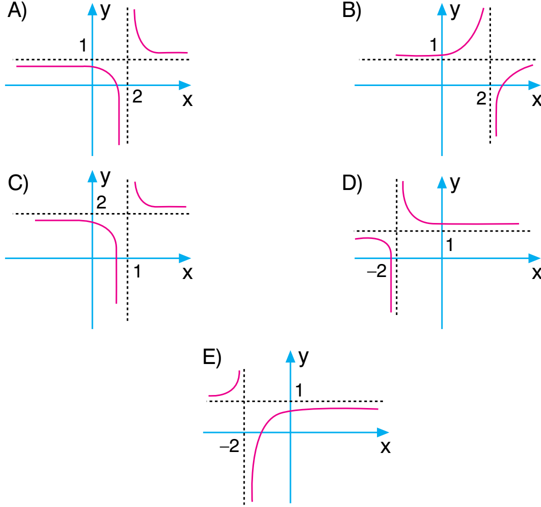




soru 1

$$f(x)=\frac{x-1}{x-2}$$

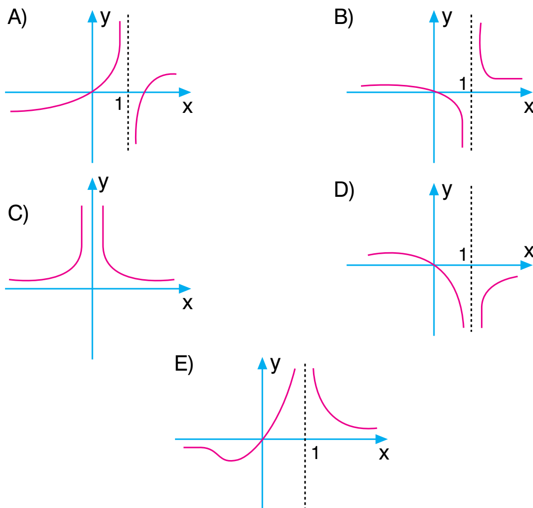
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



soru 2

$$f(x)=\frac{x}{(x-1)^2}$$

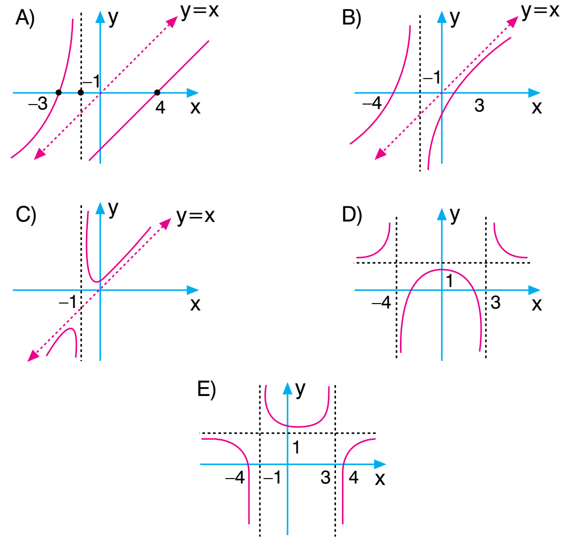
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



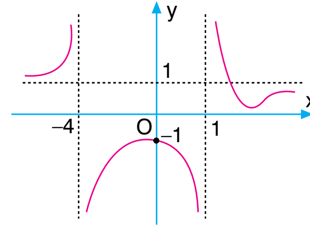
soru 3

$$f(x)=\frac{x^2+x-12}{x+1}$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



soru 4



Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $y=\frac{x^2-x-6}{x^2+3x-4}$ B) $y=\frac{x^2+3x-4}{x^2-3x+4}$ C) $y=\frac{x^2-3x+4}{x^2+3x-4}$

D) $y=\frac{x^2+3x+4}{(x+1)^2}$ E) $y=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$

1 – A 2 – E 3 – B 4 – C